Secteurs multi-collèges, APB, AFFELNET, etc.

Les algorithmes peuvent-ils présider aux destinées des élèves?

Julien Grenet

CNRS

École d'économie de Paris

Les Boussoles de l'ESPE, Bordeaux, 7 février 2017

Contexte

- Profonde transformation des modalités d'affectation des élèves aux établissements d'enseignement depuis le milieu des années 2000
- Adoption de procédure d'affectation centralisées et automatisées
  - au lycée : PAM puis AFFELNET
  - dans le supérieur : RAVEL, puis APB, et désormais Parcousup
- Caractéristiques communes :
  - vœux d'affectation
  - critères de priorité ("classement")
  - algorithme d'appariement
- Évolutions similaires dans de nombreux pays

  Australie, Belgique, Chili, Espagne, États-Unis, Hongrie, Norvège, Pays-Bas, Royaume-Uni, Suède...

Objectifs

- Objectif initial : simplifier la gestion des procédures d'affectation (files d'attentes, problème des doubles inscriptions dans l'enseignement supérieur)

- Prise de conscience progressive des potentialités et limites des algorithmes d'appariement pour la mise en œuvre d'objectifs de politique éducative
  - transparence de l'affectation (ex : Chili)
  - adéquation entre aptitudes et formations (ex : Norvège)
  - mixité sociale (ex : Belgique, France)

- Recherches très actives à la frontière entre plusieurs disciplines (mathématiques, économie, *operations research*, psychologie...)

Enjeux

- En France, les algorithmes utilisés dans le système éducatif (et les algorithmes plus généralement !) ont mauvaise presse

"casse-tête", "usine à gaz", "jeu de dupes", "loterie", "anxiogène"

Enjeux

- En France, les algorithmes utilisés dans le système éducatif (et les algorithmes plus généralement !) ont mauvaise presse

  "casse-tête", "usine à gaz", "jeu de dupes", "loterie", "anxiogène"

- **Confusion** entre
  - les algorithmes d'appariement (*matching*) élèves-formations
  - les algorithmes de classement automatisé des candidats

- Les difficultés créés par les procédures d'affectation ne sont pas en général imputables aux algorithmes d'appariement mais plutôt
  - à la complexité et à l'opacité des procédures
  - aux critères de priorité utilisés pour classer les candidats (et aux choix politiques qui les sous-tendent)

- Illustration : polémique sur le tirage au sort dans APB

Plan de la présentation

1. Les algorithmes d'appariement : aspects théoriques
2. AFFELNET et le choix scolaire régulé au lycée
3. Au collège : l'expérimentation des secteurs multi-collèges
4. APB/Parcoursup et la régulation des inscriptions post-bac

Les procédures de choix scolaire : composantes

- Toute procédure de choix scolaire comporte quatre **composantes** :
  (1) capacité d'accueil des établissements
  (2) vœux d'affectation des élèves
  (3) règles de priorité
  (4) algorithme d'appariement

- Les **règles de priorité** traduisent des objectifs politiques

  Quand il ne reste qu'une seule place et deux élèves voulant rejoindre une école, comment choisir ? Décision politique puisqu'elle crée des "gagnants" et des "perdants"

  Ex : résultats scolaires, distance, fratries, critères sociaux...

- L'**algorithme d'appariement** vise à satisfaire au mieux les préférences des élèves tout en respectant les règles de priorité

Quels critères normatifs ?

- Il existe de nombreux algorithmes pour réguler les choix scolaires : **lequel choisir ?**

- Les économistes évaluent leurs performances à l'aune de **trois critères normatifs** :
  - Efficacité (respect des préférences) : il ne doit pas être possible de proposer un meilleur choix à un élève sans que cela affecte négativement un autre élève (critère de Pareto)
  - Équité (respect des prioritiés) : aucun élève ne doit avoir d'"envie justifiée" (*justified envy*), i.e. s'être vu refuser l'admission dans une formation alors qu'il a une priorité plus élevé qu'un autre élève admis dans cette formation
  - Non-manipulabilité (*strategy-proofness*) : on veut qu'il soit dans l'intérêt des élèves d'être sincères, i.e. de soumettre leurs vraies préférences

- Ces trois critères sont-ils **compatibles ?**

L'algorithme idéal existe-t-il ?

- **Mauvaise nouvelle** : l'efficacité (respect des préférences), l'équité (respect des priorités) et la non-manipulabilité sont incompatibles

  Aucun algorithme ne peut satisfaire ces trois critères dans toutes les situations !

- Mais des **compromis optimaux** sont possibles :
  - équité + non-manipulabilté → algorithme d'acceptation différée (*Deferred acceptance*) - mais pas toujours efficace
  - efficacité + non-manipulabilité → algorithme des cycles d'échanges (*Top trading cycles*) - mais pas toujours équitable

- Curieusement, l'algorithme le plus répandu dans le monde (*Boston mechanism*) ne respecte aucun des trois critères...

L'algorithme de Boston

- Le **Boston mechanism** (BM) est l'algorithme d'affectation le plus couramment utilisé pour réguler les choix scolaires

  Boston (jusqu'en 2005), Chicago (jusqu'en 2009), Denver (jusqu'en 2009), Minneapolis, Amsterdam, Barcelone, Madrid, plusieurs villes au Royaume-Uni, Pékin...

- Algorithme relativement intuitif qui vise à **satisfaire au maximum les premiers choix** :
  - on considère d'abord le 1er vœu des élèves ; les places sont attribuées en fonction des critères de priorité
  - on considère ensuite le 2e vœu des élèves refusés sur leur 1er vœu ; les places restantes après l'étape 1 sont attribuées en fonction des critères de priorité
  - etc.

L'algorithme de Boston : définition

Étape 0 : chaque élève soumet une liste ordonnées de vœux

Étape 1 : on ne considère que les vœux de rang 1

- chaque école considère les élèves qui l'ont classée en 1er vœu
- chaque école accepte définitivement les candidats les mieux classés par ordre de priorité dans la limite des places disponibles, et rejette les autres

...

Étape k : on considère les élèves non affectés à l'étape précédente, et leur voeu de rang k. Même procédure que précédemment.

L'algorithme se termine après un nombre fini d'itérations lorsque chaque élève est affecté à une école ou a épuisé leur liste de vœux

L'algorithme de Boston : exemple

Préférences des élèves	Priorités	Capacité des écoles
$i_1 : (s_2, s_1, s_3)$	$s_1 : (i_1, i_3, i_2)$	$q_1 = 1$
$i_2 : (s_1, s_2, s_3)$	$s_2 : (i_2, i_1, i_3)$	$q_2 = 1$
$i_3 : (s_1, s_2, s_3)$	$s_3 : (i_2, i_1, i_3)$	$q_3 = 1$

L'algorithme de Boston : exemple

Préférences des élèves	Priorités	Capacité des écoles
$i_1 : (s_2, s_1, s_3)$	$s_1 : (i_1, i_3, i_2)$	$q_1 = 1$
$i_2 : (s_1, s_2, s_3)$	$s_2 : (i_2, i_1, i_3)$	$q_2 = 1$
$i_3 : (s_1, s_2, s_3)$	$s_3 : (i_2, i_1, i_3)$	$q_3 = 1$

- **Algorithme de Boston** :

L'algorithme de Boston : exemple

Préférences des élèves	Priorités	Capacité des écoles
$i_1 : (s_2, s_1, s_3)$	$s_1 : (i_1, i_3, i_2)$	$q_1 = 1$
$i_2 : (s_1, s_2, s_3)$	$s_2 : (i_2, i_1, i_3)$	$q_2 = 1$
$i_3 : (s_1, s_2, s_3)$	$s_3 : (i_2, i_1, i_3)$	$q_3 = 1$

- **Algorithme de Boston** :

Étape 1 : on considère le 1er vœu de chaque élève

L'algorithme de Boston : exemple

Préférences des élèves	Priorités	Capacité des écoles
$i_1 : (\boxed{s_2}, s_1, s_3)$	$s_1 : (i_1, i_3, i_2)$	$q_1 = 1$
$i_2 : (s_1, s_2, s_3)$	$s_2 : (i_2, \boxed{i_1}, i_3)$	$q_2 = 1$
$i_3 : (s_1, s_2, s_3)$	$s_3 : (i_2, i_1, i_3)$	$q_3 = 1$

- **Algorithme de Boston** :

Étape 1 : on considère le 1er vœu de chaque élève

  – i_1 candidate à s_2 et y est affecté (pas d'autre candidat)

L'algorithme de Boston : exemple

Préférences des élèves	Priorités	Capacité des écoles
$i_1 : (\boxed{s_2}, s_1, s_3)$	$s_1 : (i_1, i_3, i_2)$	$q_1 = 1$
$i_2 : (s_1, s_2, s_3)$	$s_2 : (i_2, \boxed{i_1}, i_3)$	$q_2 = 1$
$i_3 : (s_1, s_2, s_3)$	$s_3 : (i_2, i_1, i_3)$	$q_3 = 1$

- **Algorithme de Boston** :

Étape 1 : on considère le 1er vœu de chaque élève

  – i_1 candidate à s_2 et y est affecté (pas d'autre candidat)

L'algorithme de Boston : exemple

Préférences des élèves	Priorités	Capacité des écoles
$i_1 : (\boxed{s_2}, s_1, s_3)$	$s_1 : (i_1, \boxed{i_3, i_2})$	$q_1 = 1$
$i_2 : (\boxed{s_1}, s_2, s_3)$	$s_2 : (i_2, \boxed{i_1}, i_3)$	$q_2 = 1$
$i_3 : (\boxed{s_1}, s_2, s_3)$	$s_3 : (i_2, i_1, i_3)$	$q_3 = 1$

- **Algorithme de Boston** :

Étape 1 : on considère le 1er vœu de chaque élève

- i_1 candidate à s_2 et y est affecté (pas d'autre candidat)
- i_2 et i_3 candidatent à s_1. Puisqu'il n'y a qu'une place et que i_3 a priorité sur i_2, i_3 est affecté à s_1

L'algorithme de Boston : exemple

Préférences des élèves	Priorités	Capacité des écoles
$i_1 : (\boxed{s_2}, s_1, s_3)$	$s_1 : (i_1, \boxed{i_3}, i_2)$	$q_1 = 1$
$i_2 : (\cancel{s_1}, s_2, s_3)$	$s_2 : (i_2, \boxed{i_1}, i_3)$	$q_2 = 1$
$i_3 : (\boxed{s_1}, s_2, s_3)$	$s_3 : (i_2, i_1, i_3)$	$q_3 = 1$

- **Algorithme de Boston** :

Étape 1 : on considère le 1er vœu de chaque élève

- i_1 candidate à s_2 et y est affecté (pas d'autre candidat)
- i_2 et i_3 candidatent à s_1. Puisqu'il n'y a qu'une place et que i_3 a priorité sur i_2, i_3 est affecté à s_1

L'algorithme de Boston : exemple

Préférences des élèves	Priorités	Capacité des écoles
$i_1 : (\boxed{s_2}, s_1, s_3)$	$s_1 : (i_1, \boxed{i_3}, i_2)$	$q_1 = 1$
$i_2 : (\cancel{s_1}, \boxed{s_2}, s_3)$	$s_2 : (\boxed{i_2}, \boxed{i_1}, i_3)$	$q_2 = 1$
$i_3 : (\boxed{s_1}, s_2, s_3)$	$s_3 : (i_2, i_1, i_3)$	$q_3 = 1$

- **Algorithme de Boston** :

Étape 2 : i_2 candidate à s_2 mais est refusé (plus de place)

L'algorithme de Boston : exemple

Préférences des élèves	Priorités	Capacité des écoles
$i_1 : (\boxed{s_2}, s_1, s_3)$	$s_1 : (i_1, \boxed{i_3}, i_2)$	$q_1 = 1$
$i_2 : (\cancel{s_1}, \cancel{s_2}, s_3)$	$s_2 : (i_2, \boxed{i_1}, i_3)$	$q_2 = 1$
$i_3 : (\boxed{s_1}, s_2, s_3)$	$s_3 : (i_2, i_1, i_3)$	$q_3 = 1$

- **Algorithme de Boston** :

Étape 2 : i_2 candidate à s_2 mais est refusé (plus de place)

L'algorithme de Boston : exemple

Préférences des élèves	Priorités	Capacité des écoles
$i_1 : (\boxed{s_2}, s_1, s_3)$	$s_1 : (i_1, \boxed{i_3}, i_2)$	$q_1 = 1$
$i_2 : (\cancel{s_1}, \cancel{s_2}, \boxed{s_3})$	$s_2 : (i_2, \boxed{i_1}, i_3)$	$q_2 = 1$
$i_3 : (\boxed{s_1}, s_2, s_3)$	$s_3 : (\boxed{i_2}, i_1, i_3)$	$q_3 = 1$

- **Algorithme de Boston** :

Étape 3 : i_2 candidate à s_3 et y est affecté

L'algorithme de Boston : exemple

Préférences des élèves	Priorités	Capacité des écoles
$i_1 : (\boxed{s_2}, s_1, s_3)$	$s_1 : (i_1, \boxed{i_3}, i_2)$	$q_1 = 1$
$i_2 : (\cancel{s_1}, \cancel{s_2}, \boxed{s_3})$	$s_2 : (i_2, \boxed{i_1}, i_3)$	$q_2 = 1$
$i_3 : (\boxed{s_1}, s_2, s_3)$	$s_3 : (\boxed{i_2}, i_1, i_3)$	$q_3 = 1$

- **Algorithme de Boston** :

Étape 3 : i_2 candidate à s_3 et y est affecté

L'algorithme de Boston : exemple

Préférences des élèves	Priorités	Capacité des écoles
$i_1 : (\boxed{s_2}, s_1, s_3)$	$s_1 : (i_1, \boxed{i_3}, i_2)$	$q_1 = 1$
$i_2 : (\cancel{s_1}, \cancel{s_2}, \boxed{s_3})$	$s_2 : (i_2, \boxed{i_1}, i_3)$	$q_2 = 1$
$i_3 : (\boxed{s_1}, s_2, s_3)$	$s_3 : (\boxed{i_2}, i_1, i_3)$	$q_3 = 1$

- **Algorithme de Boston** :

Affectation finale :

$$\mu_{\mathrm{BM}} = \begin{pmatrix} i_1 & i_2 & i_3 \\ s_2 & s_3 & s_1 \end{pmatrix}$$

L'algorithme de Boston : défauts

- Le mécanisme de Boston présente **trois défauts majeurs** :
  1. il est manipulable
  2. il est inequitable (ne respecte pas les priorités)
  3. il est inefficace (ne respecte pas les préférences)

- **Intuition :** cet algorithme dissuade les élèves de classer en 1er vœu une école où ils ont peu de chance d'être admis
  - si une école est très demandée, un élève qui la classe en premier vœu risque fortement de ne pas l'obtenir et, *in fine*, de perdre sa priorité sur les autres écoles
  - incitation à mentir en sous-classant les écoles très demandées

- **Conséquence :** les élèves "naïfs" (ceux qui ordonnent leurs vœux de manière sincère) sont fortement pénalisés par cet algorithme

L'algorithme de Boston : exemple

Préférences des élèves	Priorités	Capacité des écoles
$i_1 : (s_2, s_1, s_3)$	$s_1 : (i_1, i_3, i_2)$	$q_1 = 1$
$i_2 : (s_1, s_2, s_3)$	$s_2 : (i_2, i_1, i_3)$	$q_2 = 1$
$i_3 : (s_1, s_2, s_3)$	$s_3 : (i_2, i_1, i_3)$	$q_3 = 1$

$$\mu_{\mathrm{BM}} = \begin{pmatrix} i_1 & i_2 & i_3 \\ s_2 & s_3 & s_1 \end{pmatrix}$$

- L'algorithme de Boston est inéquitable (ne respecte pas les priorités) : i_2 est refusé sur son 2e vœu (s_2) alors qu'il est prioritaire par rapport à i_1 qui y est admis $\rightarrow$ "envie justifiée"
- L'algorithme est manipulable : i_2 est incité à mentir en classant s_2 en 1er vœu. Il serait alors affecté à s_2 (qu'il préfère à s_3)
- Parce qu'il incite les élèves à mentir sur leurs préférences, l'algorithme produit généralement un appariement inefficace

L'algorithme d'acceptation différée

- Un autre algorithme présente de bien meilleures propriétés : l'**algorithme d'aceptation différée** dit "élève proposant" (*Student-proposing deferred acceptance*)

- Trouve son origine dans l'article fondateur de D. Gale et L. Shapley (1962) sur la **théorie du "mariage stable"**
  - modèle considère un ensemble d'hommes et de femmes ayant chacun des préférences sur les individus de sexe opposé
  - algorithme qui permet de former des couples "stables" (pas de couple se préférenant mutuellement à leur conjoint)

- En 2003, Abdulkadiroğlu et Sonmez ont montré comment cet algorithme pouvait être adapté pour **réguler les choix scolaires**, par analogie avec le problème du mariage stable :
  - élèves ont des préférences pour les écoles
  - les écoles ont des "préférences" pour les élèves (priorités)

L'algorithme d'acceptation différée : définition

Étape 0 : chaque élève soumet une liste ordonnées de vœux

Étape 1 : on considère que les vœux de rang 1

- chaque école considère les élèves qui l'ont classée en 1er vœu
- chaque école accepte provisoirement les mieux classés dans la limite des places disponibles, et rejette les autres

...

Étape k : les élèves rejetés à l'étape précédente candidatent sur leur vœu suivant

- chaque école considère conjointement les élèves précédemment admis et les élèves lui faisant une offre à cette étape
- les mieux classés sont provisoirement acceptés et les autres rejetés

L'algorithme se termine au bout d'un nombre fini d'itérations lorsque plus aucun élève n'est rejeté

L'algorithme d'acceptation différée : exemple

Préférences des élèves	Priorités	Capacité des écoles
$i_1 : (s_2, s_1, s_3)$	$s_1 : (i_1, i_3, i_2)$	$q_1 = 1$
$i_2 : (s_1, s_2, s_3)$	$s_2 : (i_2, i_1, i_3)$	$q_2 = 1$
$i_3 : (s_1, s_2, s_3)$	$s_3 : (i_2, i_1, i_3)$	$q_3 = 1$

L'algorithme d'acceptation différée : exemple

Préférences des élèves	Priorités	Capacité des écoles
$i_1 : (s_2, s_1, s_3)$	$s_1 : (i_1, i_3, i_2)$	$q_1 = 1$
$i_2 : (s_1, s_2, s_3)$	$s_2 : (i_2, i_1, i_3)$	$q_2 = 1$
$i_3 : (s_1, s_2, s_3)$	$s_3 : (i_2, i_1, i_3)$	$q_3 = 1$

- **Algorithme d'acceptation différée** :

Étape 1 : on considère le 1er vœu de chaque élève

L'algorithme d'acceptation différée : exemple

Préférences des élèves	Priorités	Capacité des écoles
$i_1 : (\boxed{s_2}, s_1, s_3)$	$s_1 : (i_1, i_3, i_2)$	$q_1 = 1$
$i_2 : (s_1, s_2, s_3)$	$s_2 : (i_2, \boxed{i_1}, i_3)$	$q_2 = 1$
$i_3 : (s_1, s_2, s_3)$	$s_3 : (i_2, i_1, i_3)$	$q_3 = 1$

- **Algorithme d'acceptation différée** :

Étape 1 : on considère le 1er vœu de chaque élève

- i_1 candidate à s_2 et y est *provisoirement* affecté

L'algorithme d'acceptation différée : exemple

Préférences des élèves	Priorités	Capacité des écoles
$i_1 : (\boxed{s_2}, s_1, s_3)$	$s_1 : (i_1, i_3, i_2)$	$q_1 = 1$
$i_2 : (s_1, s_2, s_3)$	$s_2 : (i_2, \boxed{i_1}, i_3)$	$q_2 = 1$
$i_3 : (s_1, s_2, s_3)$	$s_3 : (i_2, i_1, i_3)$	$q_3 = 1$

- **Algorithme d'acceptation différée** :

Étape 1 : on considère le 1er vœu de chaque élève

- i_1 candidate à s_2 et y est *provisoirement* affecté

L'algorithme d'acceptation différée : exemple

Préférences des élèves	Priorités	Capacité des écoles
$i_1 : (\boxed{s_2}, s_1, s_3)$	$s_1 : (i_1, \boxed{i_3, i_2})$	$q_1 = 1$
$i_2 : (\boxed{s_1}, s_2, s_3)$	$s_2 : (i_2, \boxed{i_1}, i_3)$	$q_2 = 1$
$i_3 : (\boxed{s_1}, s_2, s_3)$	$s_3 : (i_2, i_1, i_3)$	$q_3 = 1$

- **Algorithme d'acceptation différée** :

Étape 1 : on considère le 1er vœu de chaque élève

- i_1 candidate à s_2 et y est *provisoirement* affecté
- i_2 et i_3 candidatent à s_1. Il n'y a qu'une place : i_3 est *provisoirement* affecté à s_1 car il a priorité sur i_2, qui est rejeté

L'algorithme d'acceptation différée : exemple

Préférences des élèves	Priorités	Capacité des écoles
$i_1 : (\boxed{s_2}, s_1, s_3)$	$s_1 : (i_1, \boxed{i_3}, i_2)$	$q_1 = 1$
$i_2 : (\cancel{s_1}, s_2, s_3)$	$s_2 : (i_2, \boxed{i_1}, i_3)$	$q_2 = 1$
$i_3 : (\boxed{s_1}, s_2, s_3)$	$s_3 : (i_2, i_1, i_3)$	$q_3 = 1$

- **Algorithme d'acceptation différée** :

Étape 1 : on considère le 1er vœu de chaque élève

- i_1 candidate à s_2 et y est *provisoirement* affecté
- i_2 et i_3 candidatent à s_1. Il n'y a qu'une place : i_3 est *provisoirement* affecté à s_1 car il a priorité sur i_2, qui est rejeté

L'algorithme d'acceptation différée : exemple

Préférences des élèves	Priorités	Capacité des écoles
$i_1 : (\boxed{s_2}, s_1, s_3)$	$s_1 : (i_1, \boxed{i_3}, i_2)$	$q_1 = 1$
$i_2 : (\cancel{s_1}, \boxed{s_2}, s_3)$	$s_2 : (\boxed{i_2}, \boxed{i_1}, i_3)$	$q_2 = 1$
$i_3 : (\boxed{s_1}, s_2, s_3)$	$s_3 : (i_2, i_1, i_3)$	$q_3 = 1$

- **Algorithme d'acceptation différée** :

Étape 2 : i_2 (rejeté à l'étape précédente) candidate à s_2

L'algorithme d'acceptation différée : exemple

Préférences des élèves	Priorités	Capacité des écoles
$i_1 : (\boxed{s_2}, s_1, s_3)$	$s_1 : (i_1, \boxed{i_3}, i_2)$	$q_1 = 1$
$i_2 : (\cancel{s_1}, \boxed{s_2}, s_3)$	$s_2 : (\boxed{i_2}, \boxed{i_1}, i_3)$	$q_2 = 1$
$i_3 : (\boxed{s_1}, s_2, s_3)$	$s_3 : (i_2, i_1, i_3)$	$q_3 = 1$

- **Algorithme d'acceptation différée** :

Étape 2 : i_2 (rejeté à l'étape précédente) candidate à s_2

- s_2 considère *conjointement* i_2 et i_1

L'algorithme d'acceptation différée : exemple

Préférences des élèves	Priorités	Capacité des écoles
$i_1 : (\cancel{s_2}, s_1, s_3)$	$s_1 : (i_1, \boxed{i_3}, i_2)$	$q_1 = 1$
$i_2 : (\cancel{s_1}, \boxed{s_2}, s_3)$	$s_2 : (\boxed{i_2}, i_1, i_3)$	$q_2 = 1$
$i_3 : (\boxed{s_1}, s_2, s_3)$	$s_3 : (i_2, i_1, i_3)$	$q_3 = 1$

- **Algorithme d'acceptation différée** :

Étape 2 : i_2 (rejeté à l'étape précédente) candidate à s_2

- s_2 considère *conjointement* i_2 et i_1
- Puisque i_2 a une priorité plus élevé, il est *temporairement* affecté à s_2, et i_1 est rejeté

L'algorithme d'acceptation différée : exemple

Préférences des élèves	Priorités	Capacité des écoles
$i_1 : (\cancel{s_2}, \boxed{s_1}, s_3)$	$s_1 : (\boxed{i_1}, \boxed{i_3}, i_2)$	$q_1 = 1$
$i_2 : (\cancel{s_1}, \boxed{s_2}, s_3)$	$s_2 : (\boxed{i_2}, i_1, i_3)$	$q_2 = 1$
$i_3 : (\boxed{s_1}, s_2, s_3)$	$s_3 : (i_2, i_1, i_3)$	$q_3 = 1$

- **Algorithme d'acceptation différée** :

Étape 3 : i_1 (rejeté à l'étape précédente) candidate à s_1

L'algorithme d'acceptation différée : exemple

Préférences des élèves	Priorités	Capacité des écoles
$i_1 : (\cancel{s_2}, \boxed{s_1}, s_3)$	$s_1 : (\boxed{i_1}, \boxed{i_3}, i_2)$	$q_1 = 1$
$i_2 : (\cancel{s_1}, \boxed{s_2}, s_3)$	$s_2 : (\boxed{i_2}, i_1, i_3)$	$q_2 = 1$
$i_3 : (\boxed{s_1}, s_2, s_3)$	$s_3 : (i_2, i_1, i_3)$	$q_3 = 1$

- **Algorithme d'acceptation différée** :

Étape 3 : i_1 (rejeté à l'étape précédente) candidate à s_1

- s_1 considère conjointement i_1 et i_3

L'algorithme d'acceptation différée : exemple

Préférences des élèves	Priorités	Capacité des écoles
$i_1 : (\cancel{s_2}, \boxed{s_1}, s_3)$	$s_1 : (\boxed{i_1}, i_3, i_2)$	$q_1 = 1$
$i_2 : (\cancel{s_1}, \boxed{s_2}, s_3)$	$s_2 : (\boxed{i_2}, i_1, i_3)$	$q_2 = 1$
$i_3 : (\cancel{s_1}, s_2, s_3)$	$s_3 : (i_2, i_1, i_3)$	$q_3 = 1$

- **Algorithme d'acceptation différée** :

Étape 3 : i_1 (rejeté à l'étape précédente) candidate à s_1

- s_1 considère conjointement i_1 et i_3
- i_i est provisoirement affecté à s_1, et i_3 est rejeté

L'algorithme d'acceptation différée : exemple

Préférences des élèves	Priorités	Capacité des écoles
$i_1 : (\cancel{s_2}, \boxed{s_1}, s_3)$	$s_1 : (\boxed{i_1}, i_3, i_2)$	$q_1 = 1$
$i_2 : (\cancel{s_1}, \boxed{s_2}, s_3)$	$s_2 : (\boxed{i_2}, i_1, \boxed{i_3})$	$q_2 = 1$
$i_3 : (\cancel{s_1}, \boxed{s_2}, s_3)$	$s_3 : (i_2, i_1, i_3)$	$q_3 = 1$

- **Algorithme d'acceptation différée** :

Étape 4 : i_3 candidate à s_2 et est rejeté

L'algorithme d'acceptation différée : exemple

Préférences des élèves	Priorités	Capacité des écoles
$i_1 : (\cancel{s_2}, \boxed{s_1}, s_3)$	$s_1 : (\boxed{i_1}, i_3, i_2)$	$q_1 = 1$
$i_2 : (\cancel{s_1}, \boxed{s_2}, s_3)$	$s_2 : (\boxed{i_2}, i_1, i_3)$	$q_2 = 1$
$i_3 : (\cancel{s_1}, \cancel{s_2}, s_3)$	$s_3 : (i_2, i_1, i_3)$	$q_3 = 1$

- **Algorithme d'acceptation différée** :

Étape 4 : i_3 candidate à s_2 et est rejeté

L'algorithme d'acceptation différée : exemple

Préférences des élèves	Priorités	Capacité des écoles
$i_1 : (\cancel{s_2}, \boxed{s_1}, s_3)$	$s_1 : (\boxed{i_1}, i_3, i_2)$	$q_1 = 1$
$i_2 : (\cancel{s_1}, \boxed{s_2}, s_3)$	$s_2 : (\boxed{i_2}, i_1, i_3)$	$q_2 = 1$
$i_3 : (\cancel{s_1}, \cancel{s_2}, \boxed{s_3})$	$s_3 : (i_2, i_1, \boxed{i_3})$	$q_3 = 1$

- **Algorithme d'acceptation différée** :

Étape 5 : i_3 candidate à s_3 et y est provisoirement admis

L'algorithme d'acceptation différée : exemple

Préférences des élèves	Priorités	Capacité des écoles
$i_1 : (\cancel{s_2}, \boxed{s_1}, s_3)$	$s_1 : (\boxed{i_1}, i_3, i_2)$	$q_1 = 1$
$i_2 : (\cancel{s_1}, \boxed{s_2}, s_3)$	$s_2 : (\boxed{i_2}, i_1, i_3)$	$q_2 = 1$
$i_3 : (\cancel{s_1}, \cancel{s_2}, \boxed{s_3})$	$s_3 : (i_2, i_1, \boxed{i_3})$	$q_3 = 1$

- **Algorithme d'acceptation différée** :

Étape 5 : i_3 candidate à s_3 et y est provisoirement admis

L'algorithme d'acceptation différée : exemple

Préférences des élèves	Priorités	Capacité des écoles
$i_1 : (\cancel{s_2}, \boxed{s_1}, s_3)$	$s_1 : (\boxed{i_1}, i_3, i_2)$	$q_1 = 1$
$i_2 : (\cancel{s_1}, \boxed{s_2}, s_3)$	$s_2 : (\boxed{i_2}, i_1, i_3)$	$q_2 = 1$
$i_3 : (\cancel{s_1}, \cancel{s_2}, \boxed{s_3})$	$s_3 : (i_2, i_1, \boxed{i_3})$	$q_3 = 1$

- **Algorithme d'acceptation différée** :

  Affectation finale : Aucune offre n'étant plus rejetée, l'affectation est finalisée et l'algorithme aboutit à

$$\mu_{\mathrm{DA}} = \begin{pmatrix} i_1 & i_2 & i_3 \\ s_1 & s_2 & s_3 \end{pmatrix}$$

L'algorithme d'acceptation différée : propriétés

- L'algorithme d'acceptation différée a plusieurs **bonnes propriétés** :
  - Il respecte les priorités (équité) : garantit qu'aucun élève n'a d'"envie justifiée" ($\sim$ mariage stable)
  - il est non-manipulable : être sincère est la meilleure stratégie
  - il est efficace sous contrainte : parmi les algorithmes qui respectent les priorités, c'est celui qui donne la satisfaction la plus élevée possible aux élèves
- Mais le respect des priorités à un **coût en termes d'efficacité** : certains élèves pourraient échanger leurs affectations de façon mutuellement avantageuse (au prix d'une violation des priorités)
- Il existe un algorithme non-manipulable et efficace : les cycles d'échanges (*Top trading cyles*) mais il est peu utilisé en pratique car difficile à expliquer et tolère des violations de priorité

L'algorithme d'acceptation différée : exemple

Préférences des élèves	Priorités	Capacité des écoles
$i_1 : (s_2, s_1, s_3)$	$s_1 : (i_1, i_3, i_2)$	$q_1 = 1$
$i_2 : (s_1, s_2, s_3)$	$s_2 : (i_2, i_1, i_3)$	$q_2 = 1$
$i_3 : (s_1, s_2, s_3)$	$s_3 : (i_2, i_1, i_3)$	$q_3 = 1$

$$\mu_{\mathrm{DA}} = \begin{pmatrix} i_1 & i_2 & i_3 \\ s_1 & s_2 & s_3 \end{pmatrix}$$

- Dans cet exemple, l'algorithme d'acceptation différée à un coût en termes d'efficacité
- Les élèves i_1 et i_2 gagneraient à échanger leur affectation :

$$\begin{pmatrix} i_1 & i_2 & i_3 \\ s_2 & s_1 & s_3 \end{pmatrix}$$

- Mais cela créerait de l'envie justifiée pour i_3 (refusé par l'école s_1 alors qu'il est prioritaire par rapport à i_2)

Plan de la présentation

1. Les algorithmes d'appariement : aspects théoriques
2. AFFELNET et le choix scolaire régulé au lycée
3. Au collège : l'expérimentation des secteurs multi-collèges
4. APB/Parcoursup et la régulation des inscriptions post-bac

La procédure d'affectation AFFELNET post-3e

- **Procédure Affelnet post-troisième** : procédure de choix régulé pour l'affectation au lycée
  - expérimentée au début des années 2000
  - généralisée à l'ensemble des académies en 2008
- **Principes généraux :**
  - parents classent les lycées par ordre de préférence
  - règles de priorité fixées à chaque académie
  - algorithme d'acceptation différée de Gale et Shapley
- Application nationale, mais **paramétrage** très différent d'une académie à l'autre

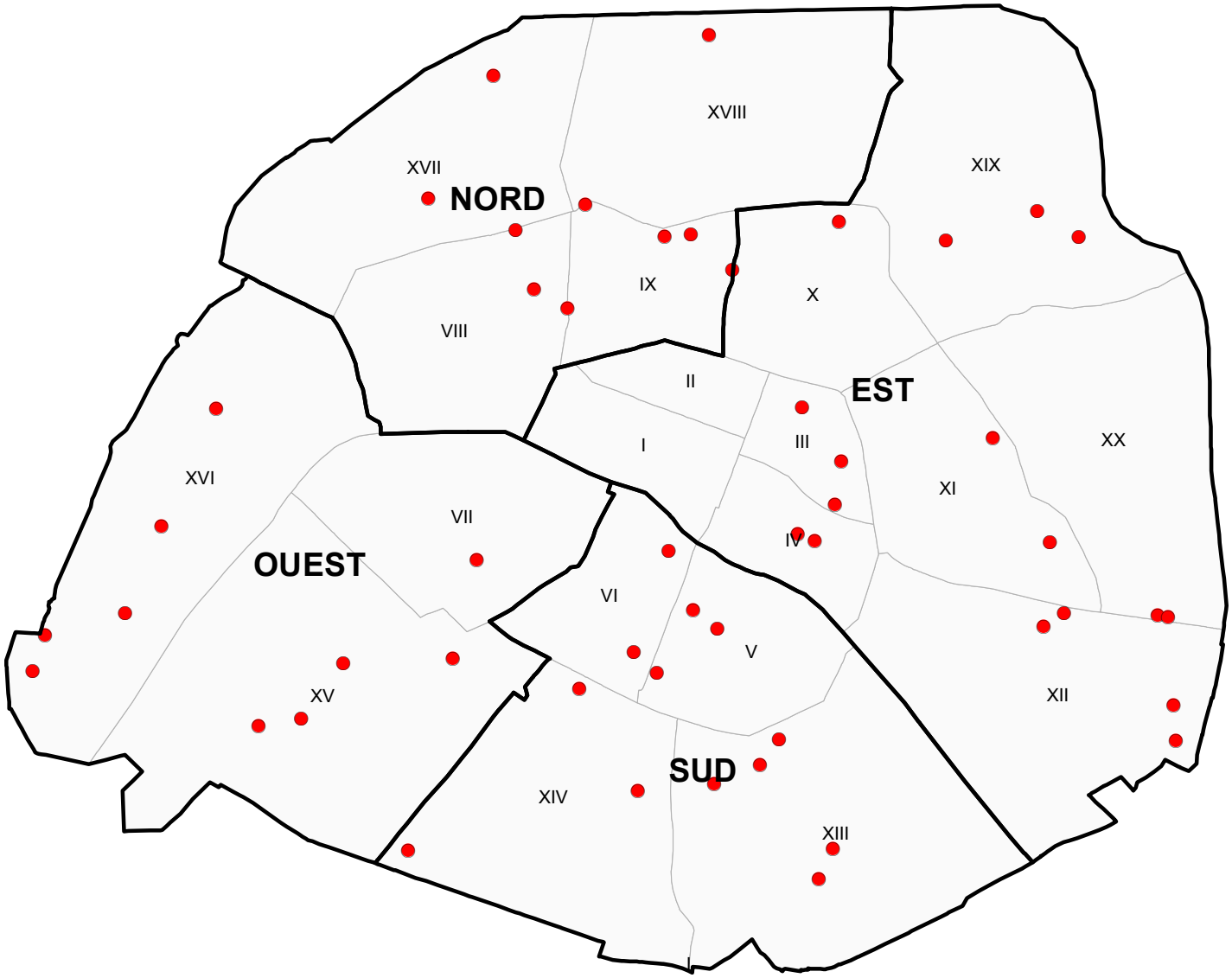
  Exemple : académies d'Île-de-France (Paris, Créteil, Versailles)

Affelnet en Île-de-France : deux modèles

- **À Créteil et Versailles : un choix limité**
  - 1 à 4 lycées de secteur
  - 4 vœux maximum
  - Priorités : proximité géographique + bonus de dérogation

- **À Paris : un choix étendu**
  - 4 secteurs : 11 à 17 lycées/secteur
  - 8 vœux maximum
  - Priorités :
    1. district (600 points)
    2. notes de 3e (de 0 à 600 points)
    3. bonus boursier (300 points) - environ 20% des élèves

Paris : les quatre secteurs d'affectation pour les lycées GT



Affelnet : un bon algorithme ?

- L'algorithme d'AFFELNET a plutôt de **bonnes propriétés** (acceptation différée)

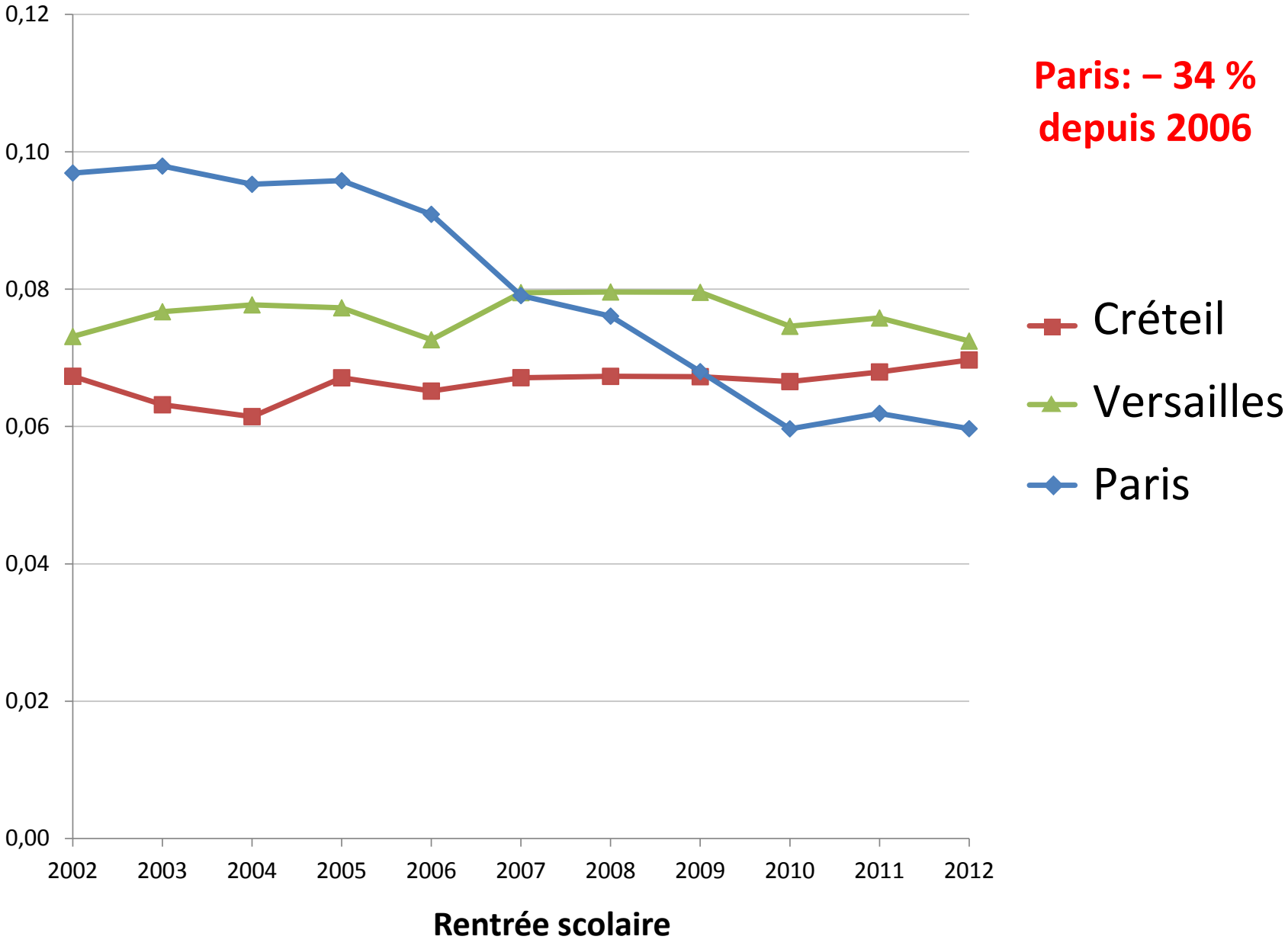
- Mais la version utilisée présente **trois défauts** :
  - version "école-proposant" plutôt que "élève-proposant" : pas toujours optimale pour les élèves et manipulable dans certaines configurations (rares en pratique)
  - Restriction sur le nombre de vœux : il peut être nécessaire d'éliminer stratégiquement certains lycées de sa liste pour éviter le risque de non-affectation
  - Bonus 1er vœu dans certaines académies (Créteil) : rend l'algorithme manipulable (intérêt à classer en 1er vœu un lycée où l'on a des chances raisonnables d'être admis)

- **Conséquence** : manque de lisibilité qui favorise les comportements stratégiques et tend à pénaliser les familles les moins bien informées

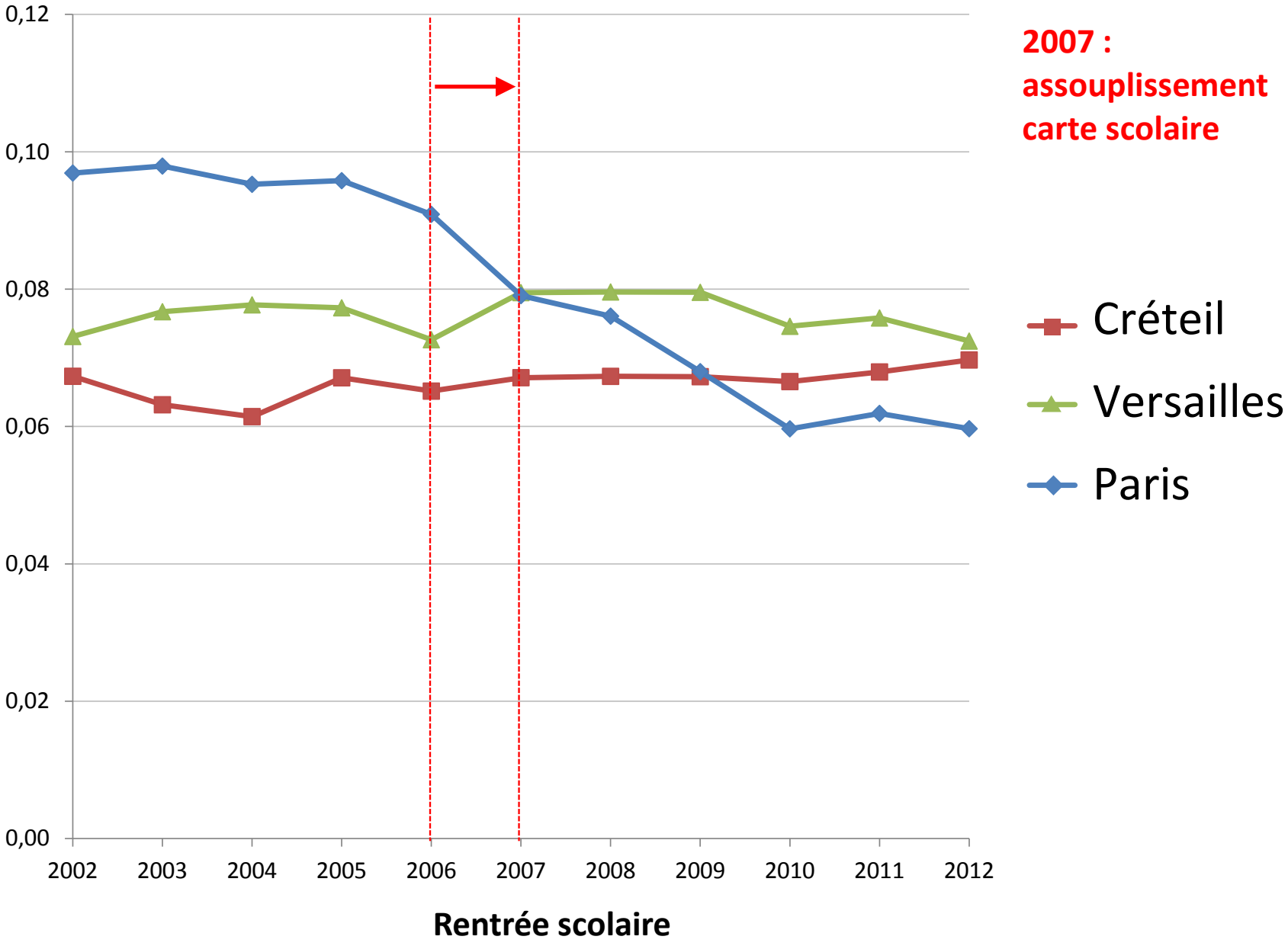
Affelnet : l'importance des critères de priorité

- les **critères de priorité** utilisés dans AFFELNET ont une influence déterminante sur la composition sociale et scolaire des lycées :
  - Créteil et Versailles : peu de choix + prépondérance du critère géographique
  - Paris : choix étendu + rôle central des notes + bonus boursier
- **Conséquences :**
  - ségrégation sociale (en fonction de la PCS) des lycées GT aujourd'hui plus faible à Paris qu'à Versailles et Créteil
  - mais ségrégation scolaire (en fonction du niveau des élèves) beaucoup élevée à Paris

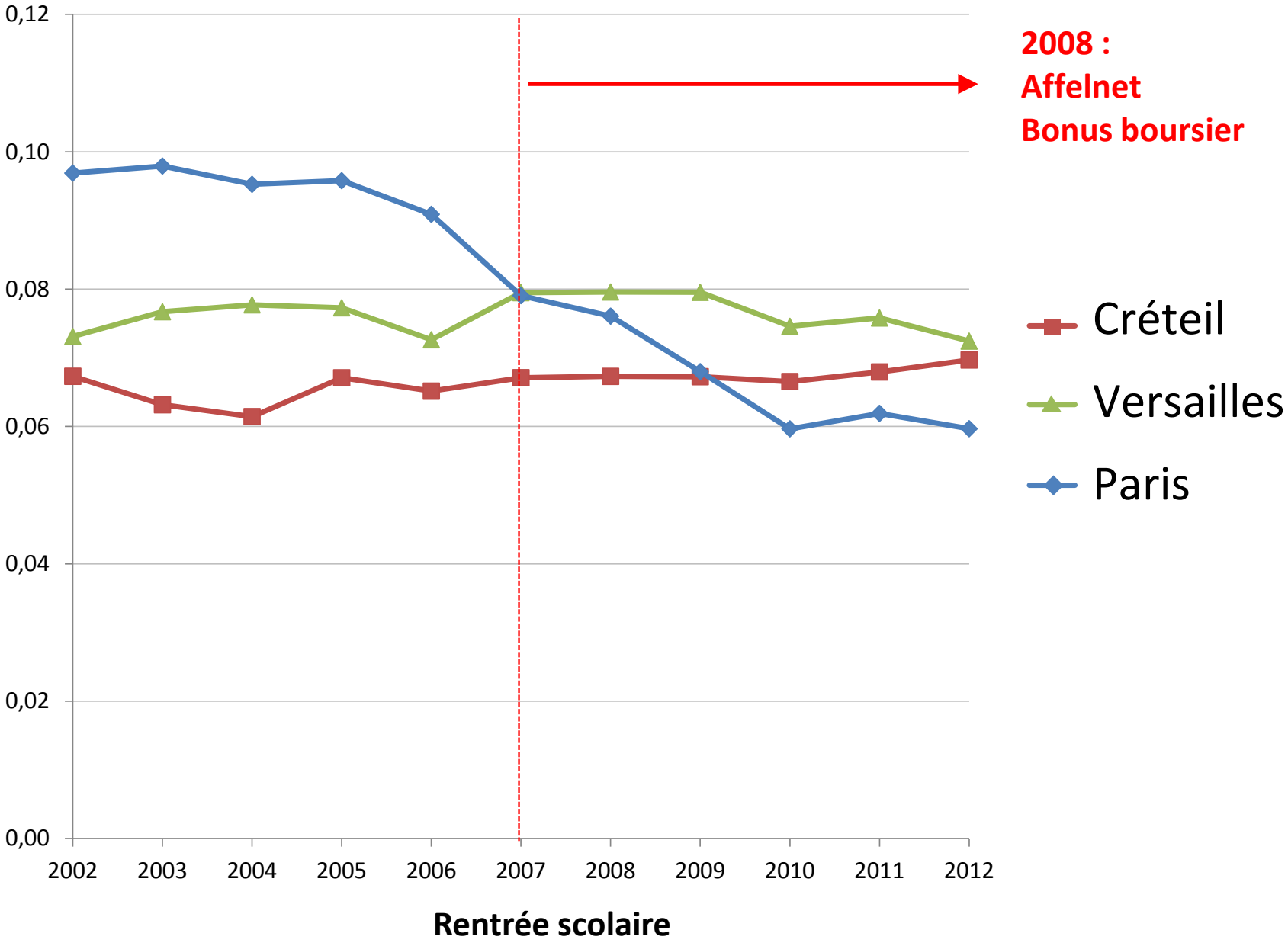
Ségrégation sociale des lycées GT publics (2002-2012)



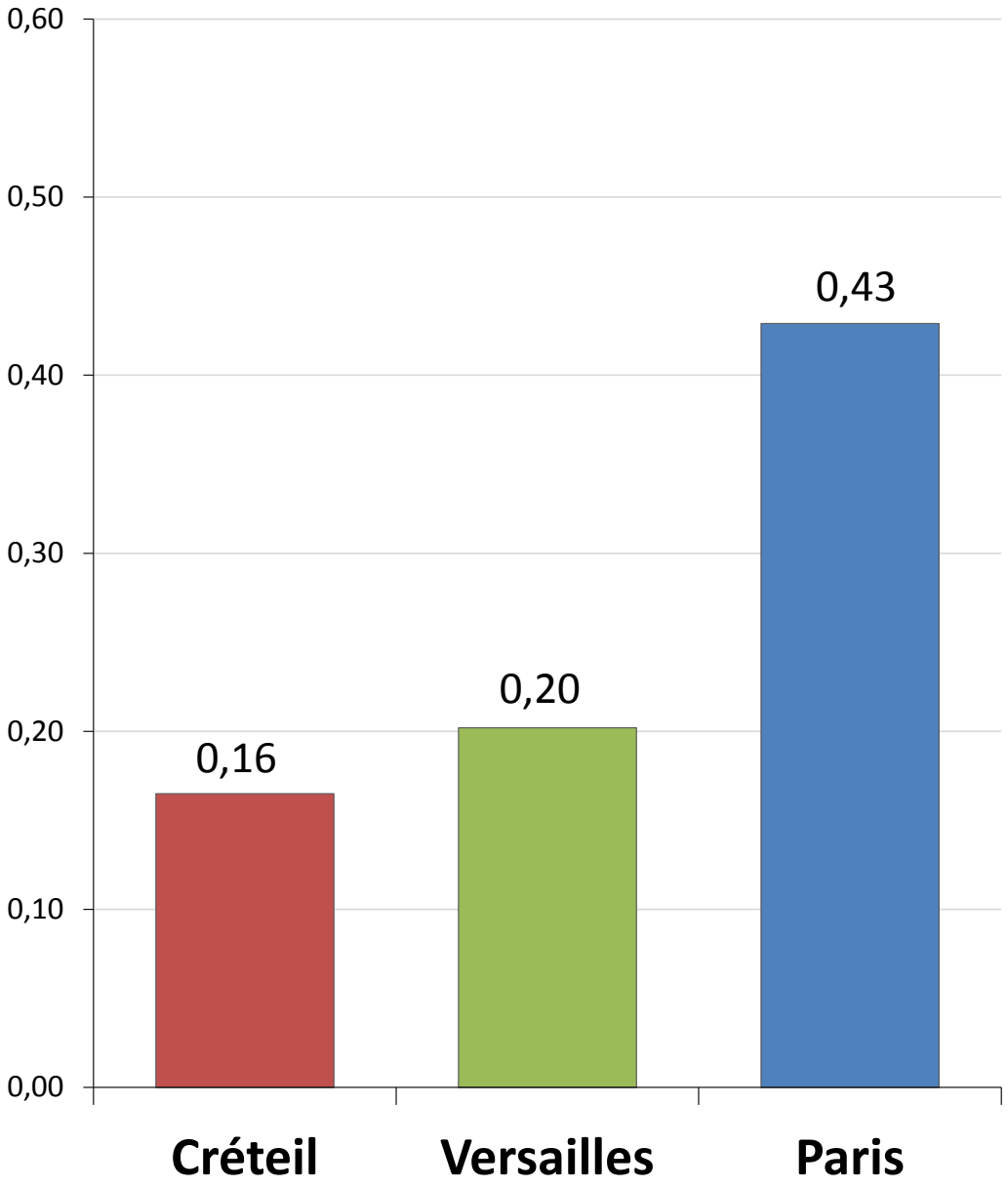
Ségrégation sociale des lycées GT publics (2002-2012)



Ségrégation sociale des lycées GT publics (2002-2012)



Segrégation scolaire des lycées GT publics (2012)



Segmentation scolaire des lycées GT publics à Paris :

→ 2 fois plus élevée qu'à Versailles

→ presque 3 fois plus élevée qu'à Créteil

→ poids des notes dans le barème parisien

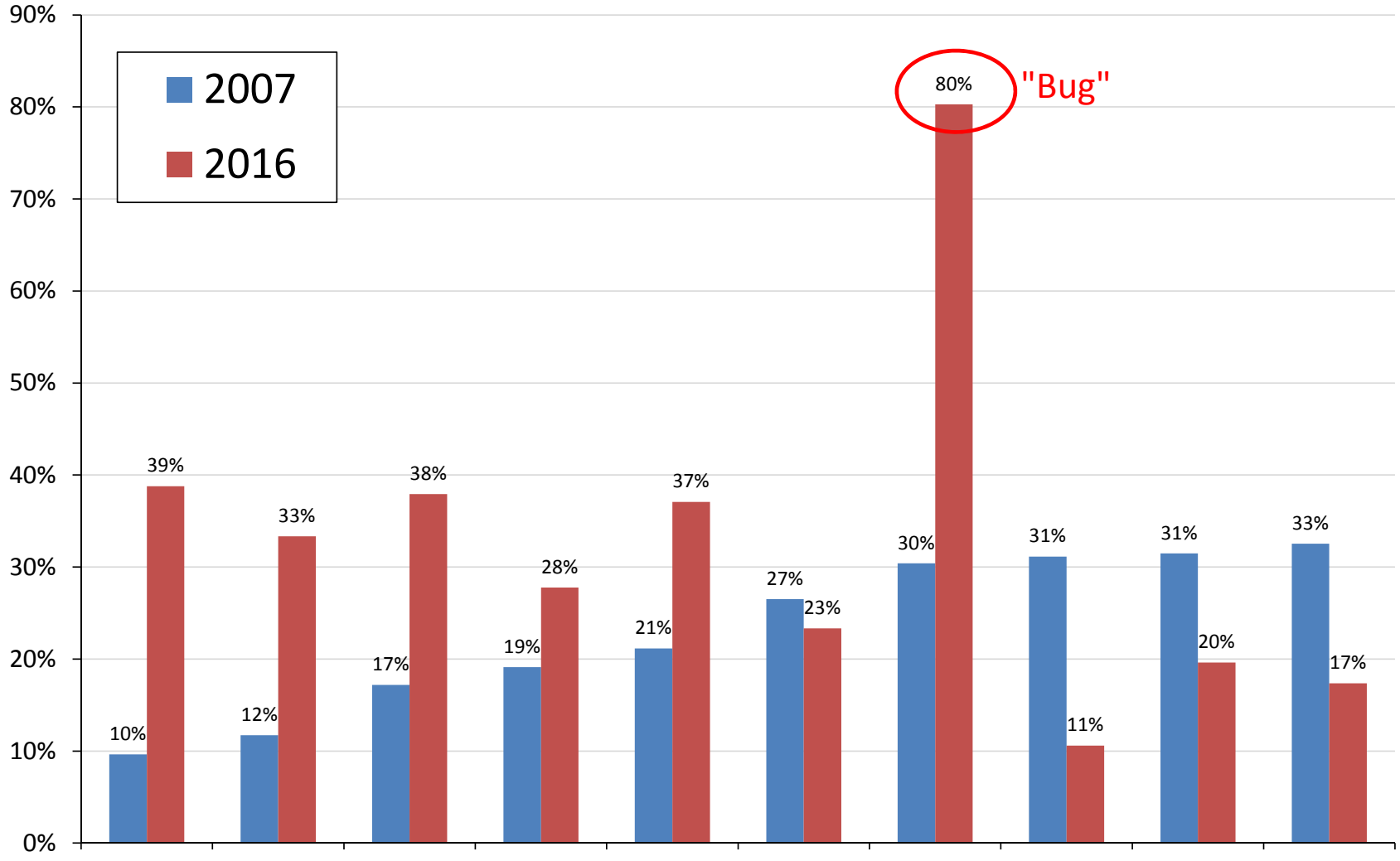
Paris : Le bonus boursier et ses limites

- Les progrès de la mixité sociale dans les lycées publics parisiens s'expliquent principalement par la mise en place d'un **bonus boursier** en 2008

  La suppression du bonus boursier entraînerait une augmentation de 20% de la ségrégation sociale dans les lycées publics parisiens

- Mais ce bonus a eu des **effets pervers** :
  - les boursiers sont assurés d'obtenir leur 1er vœu
  - si les boursiers font des vœux similairess, risque de voir apparaître des lycées avec 100% de boursiers
  - cf. "bug" du lycée Turgot en 2015

Lycées du district Est : % d'élèves boursiers (2016 vs 2007)



Source : Base Élèves de l'Académie de Paris (2003-2016).

Affelnet : comment l'améliorer ?

- La procédure Affelnet suscite de **vives critiques** :
  - manque de transparence : manque de lisibilité de l'algorithme ; barème difficile à calculer ; barres d'admission non publiées
  - manque d'équité : districts déséquilibrés ; restrictions sur le nombre de vœux ; formations et lycées hors Affelnet
  - effets pervers du barème : poids des notes ; bonus boursier
- **Évolutions envisagées** :
  - plafonnemment des effets du bonus boursier (adopté en 2017)
  - redécoupage des districts (en discussion)
- **Evolutions souhaitables :**
  - supprimer les restrictions sur le nombre de vœux
  - effort de transparence sur l'algorithme et le barème
  - réflexion sur les critères de priorité et leur pondération

Plan de la présentation

1. Les algorithmes d'appariement : aspects théoriques
2. AFFELNET et le choix scolaire régulé au lycée
3. Au collège : l'expérimentation des secteurs multi-collèges
4. APB/Parcoursup et la régulation des inscriptions post-bac

Mixité sociale au collège à Paris : état des lieux

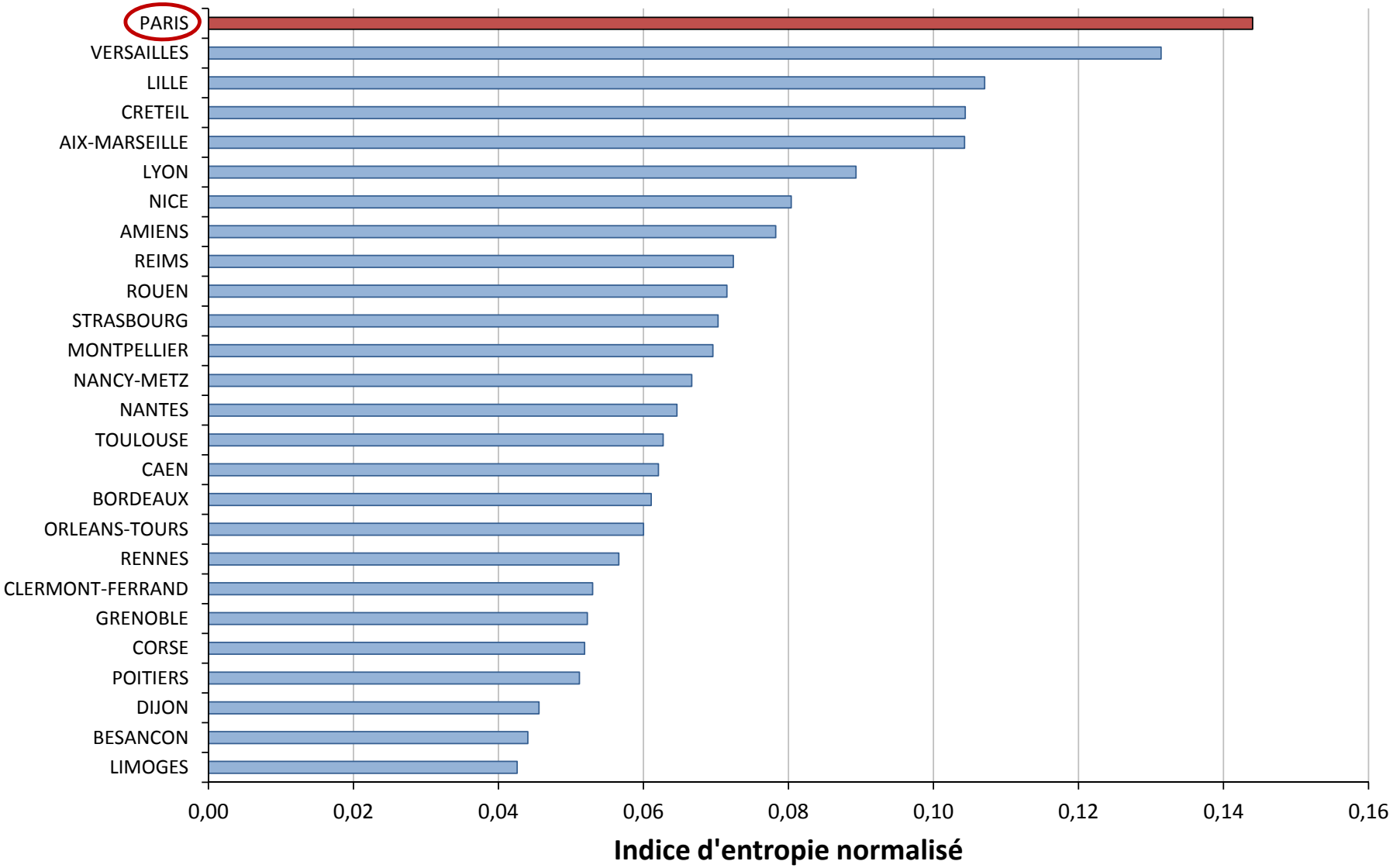
- **Paris : 175 collèges** accueillent 85 447 élèves (2015-2016)
  - 115 collèges publics (66 % des élèves)
  - 60 collèges privés sous contrat (34 % des élèves)

- Répartition des collégiens par **groupes sociaux** :

49 %	**PCS "très favorisées"**	cadres chefs d'entreprises professions intellectuelles professions libérales enseignants
9 %	**PCS "favorisées"**	professions intermédiaires
26 %	**PCS "moyennes"**	artisans commerçants employés
16 %	**PCS "défavorisées"**	ouvriers chômeurs / inactifs

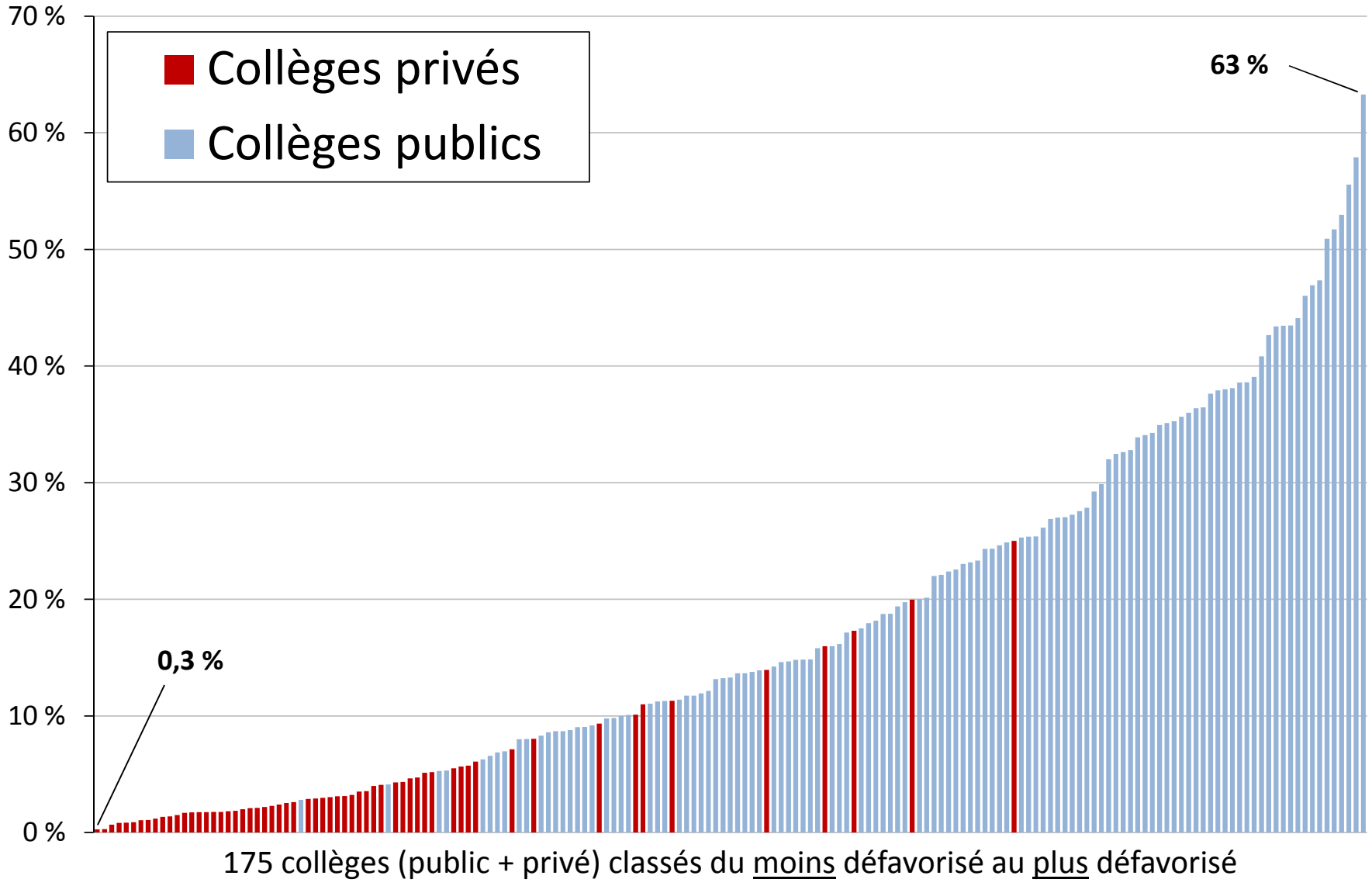
- Mais **peu de mixité sociale** dans les collèges

Indice de ségrégation sociale : ensemble des collèges



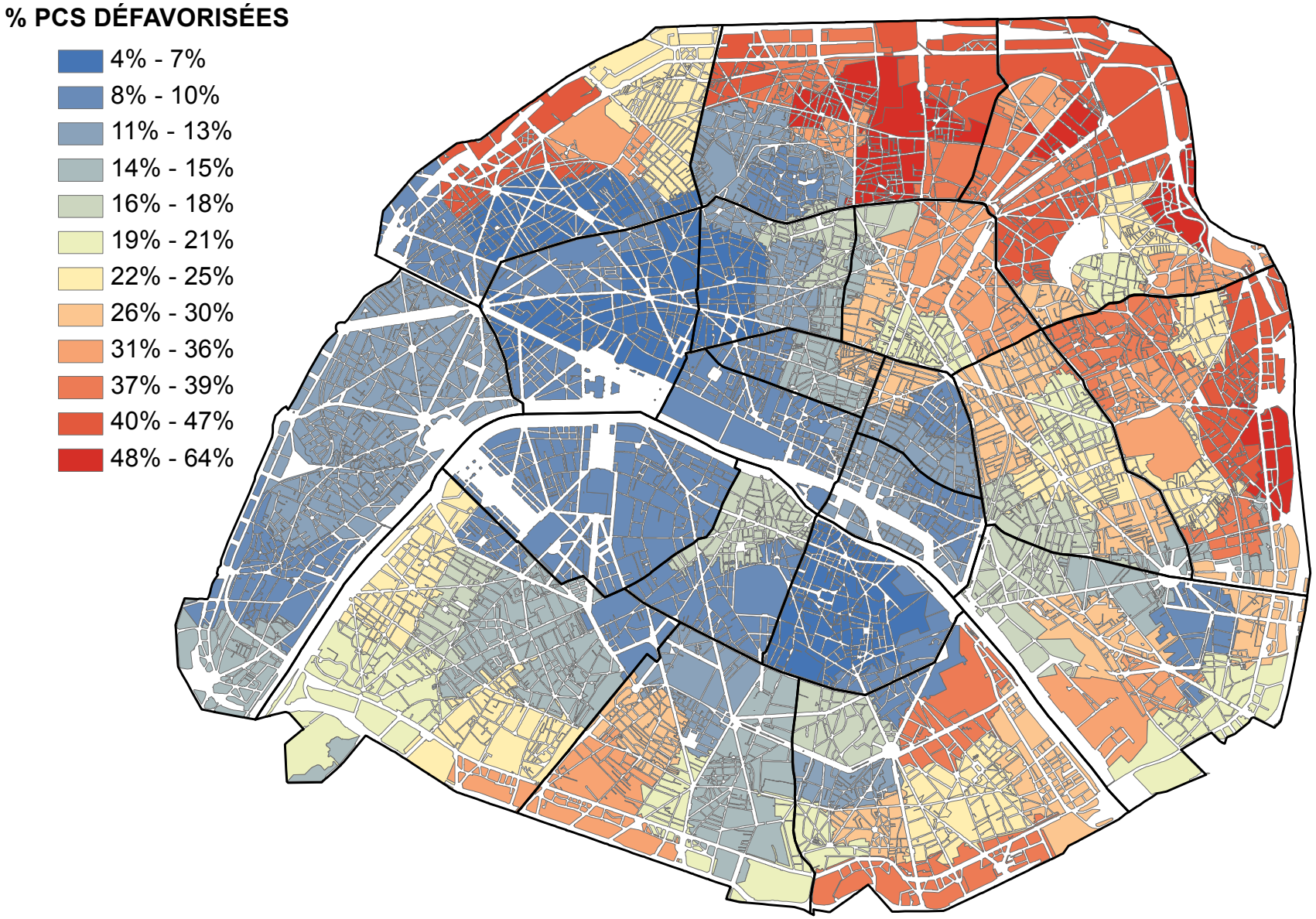
Source : Base SCOLARITE 2014-2015 (MENESR-DEPP).

Part des élèves de PCS défavorisées par collège à Paris



Sources : Base Élèves de l'académie de Paris, 2015-2016.

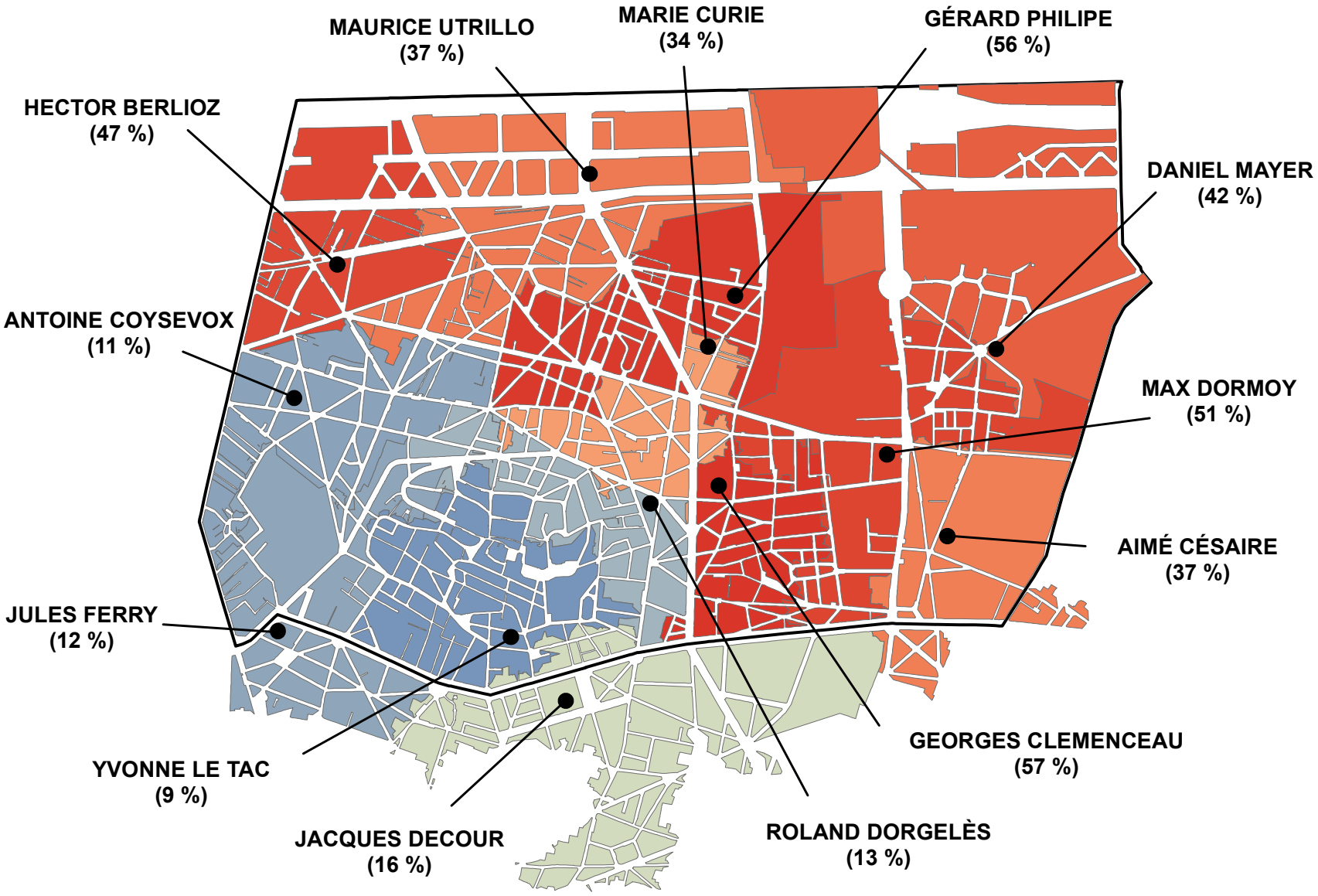
Part des élèves de PCS défavorisées par collège public



Sources : Base Élèves de l'académie de Paris, 2015-2016 ; Open Data Paris.

Collèges publics du 18e arrondissement

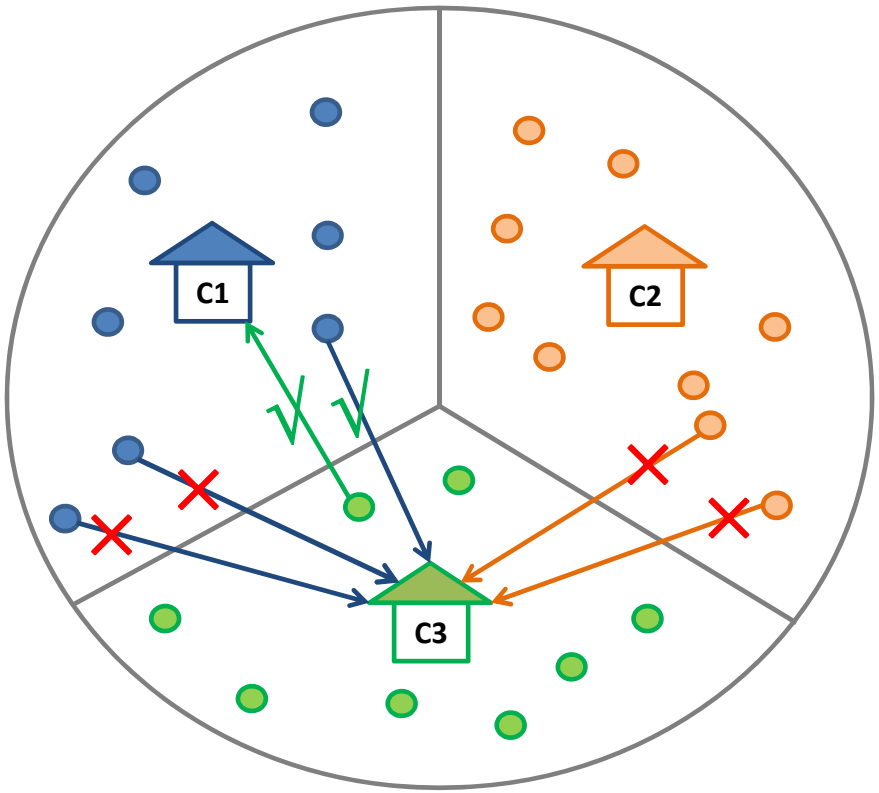
(% d'élèves de PCS défavorisées)



Sources : Base Élèves de l'académie de Paris, 2015-2016 (état au 05/07/2016) ; Open Data Paris.

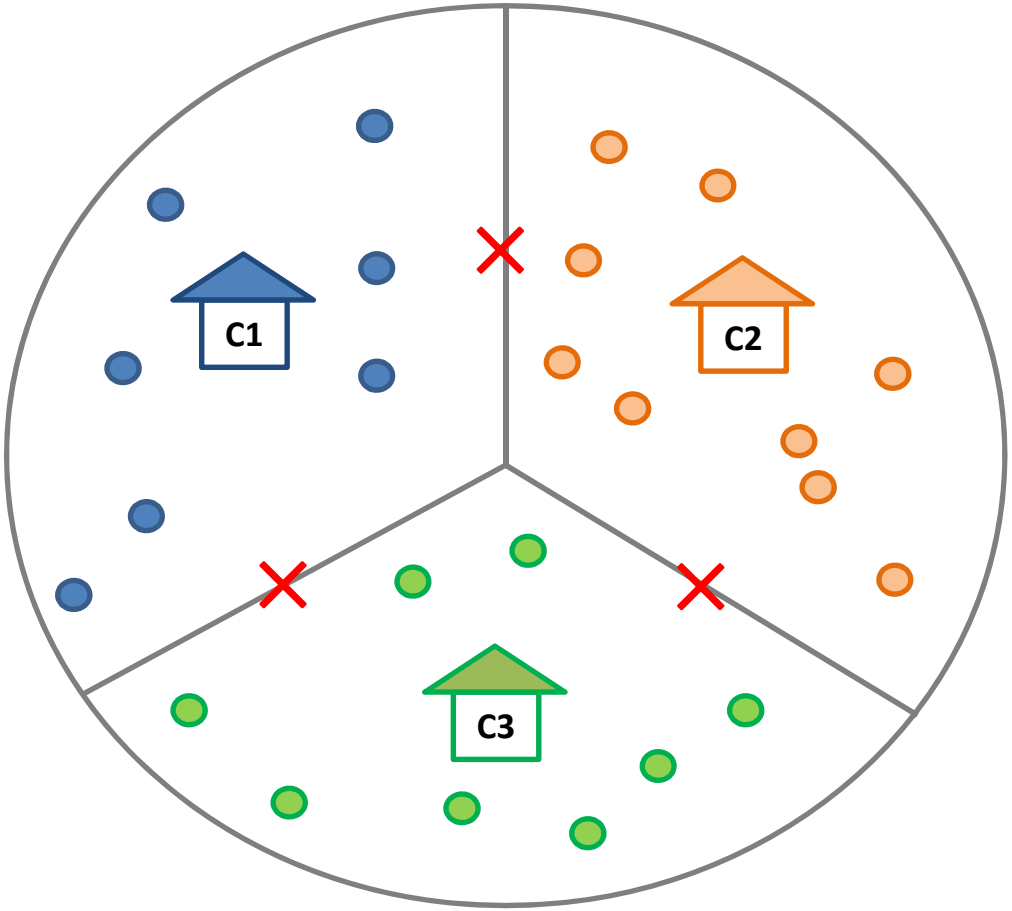
Mixité sociale : Les limites de la sectorisation

- Sectorisation des collèges : **une adresse** = **un collège public**
- **Outil peu efficace** pour favoriser la mixité sociale : secteurs scolaires prisonniers de la ségrégation résidentielle
- **Assouplissement de la carte scolaire** : peu d'effets sur la mixité



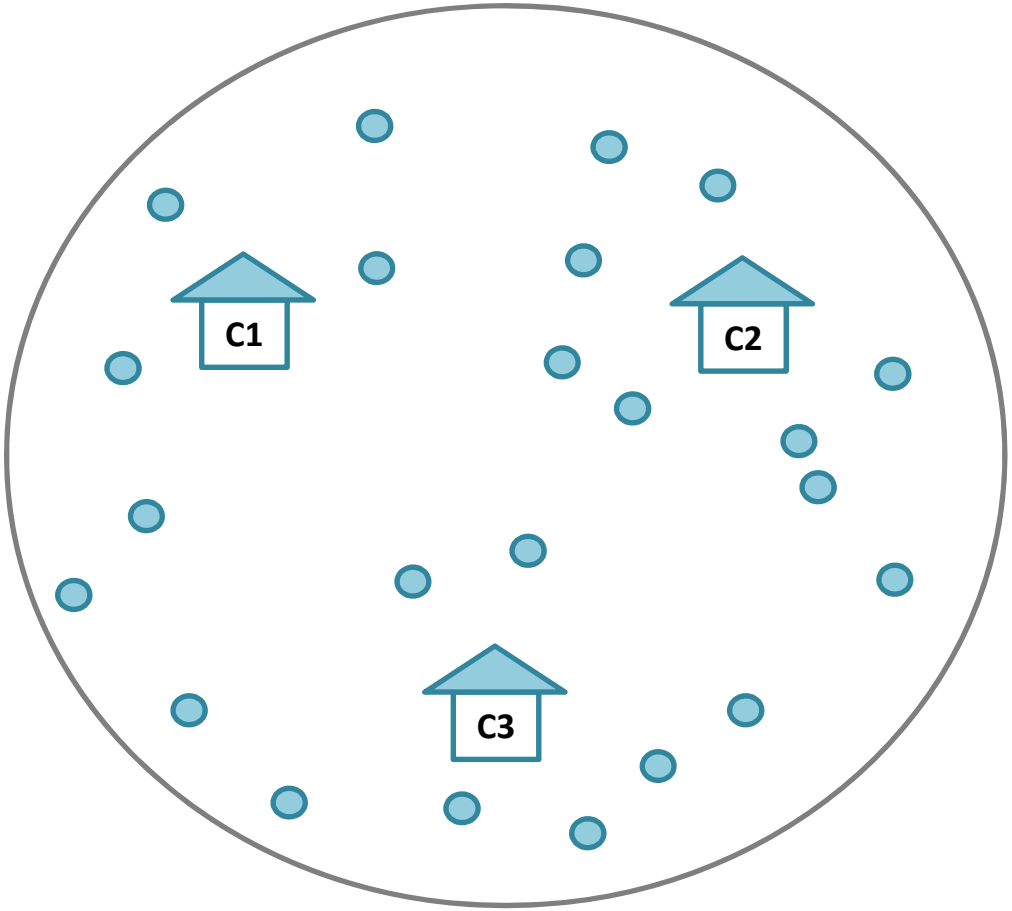
Une alternative : les secteurs multi-collèges

- **Secteur multi-collèges** = secteur unique pour plusieurs collèges



Une alternative : les secteurs multi-collèges

- **Secteur multi-collèges** = secteur unique pour plusieurs collèges



Une alternative : les secteurs multi-collèges

- **Secteur multi-collèges** = secteur unique pour plusieurs collèges
- **Avantage :** permet d'élargir la zone de recrutement des collèges pour diversifier le profil social des élèves

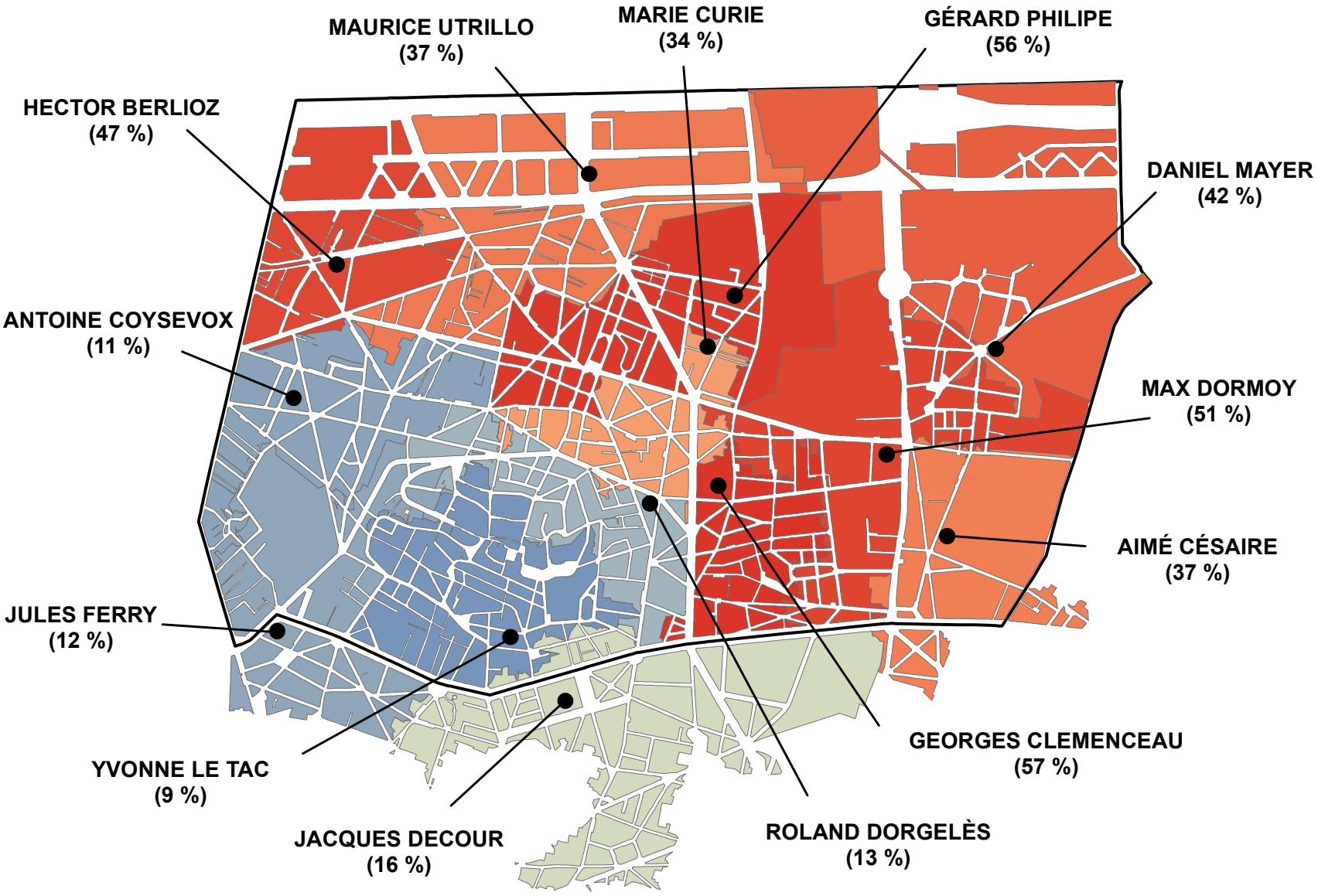
  À Paris, 50 % de la ségrégation sociale entre collèges publics provient de la ségrégation entre collèges d'un même arrondissement
- Depuis la rentrée 2017, ce dispositif est **expérimenté** dans deux arrondissements (18e et 19e)
- **Partenariat** entre PSE, la Ville de Paris et le Rectorat de Paris

Secteurs multi-collèges : expérimentation

- **Trois secteurs bi-collèges** proposés par la Ville et le Rectorat :
  - Hector Berlioz – Antoine Coysevox (18e)
  - Marie Curie – Gérard Philipe (18e)
  - Henri Bergson – Édouard Pailleron (19e)
- **Deux modalités d'affectation** ont été proposées aux parents
  - montée "alternée" : tous les élèves entrent en 6e alternativement dans le collège A et le collège B
  - choix régulé : vœux + algorithme d'appariement
- **Modalités retenues :**
  - Berlioz – Coysevox : montée alternée
  - Curie – Philipe : choix régulé
  - Bergson – Pailleron : choix régulé

Collèges publics du 18e arrondissement

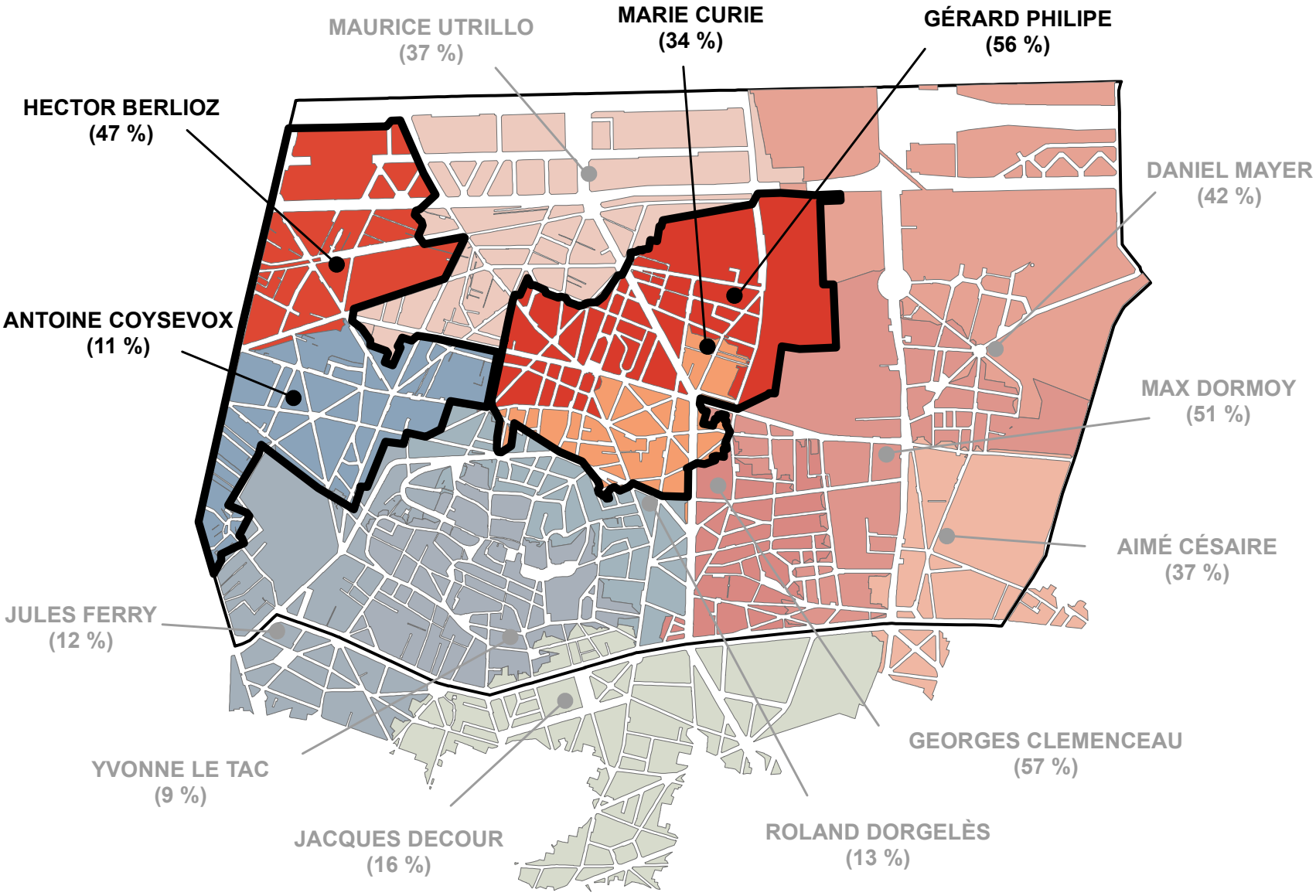
(% d'élèves de PCS défavorisées)



Sources : Base Élèves de l'académie de Paris, 2015-2016 (état au 05/07/2016) ; Open Data Paris.

Projets de secteur multi-collèges dans le 18e

(% d'élèves de PCS défavorisées)



Sources : Base Élèves de l'académie de Paris, 2015-2016 (état au 05/07/2016) ; Open Data Paris.

Secteurs multi-collèges : le choix régulé

- Élèves répartis entre quatre **groupes sociaux** en fonction de leur quotient familial CAF

- Pour mettre en œuvre l'**objectif de mixité sociale** :
  - les places de chaque collège sont réparties entre les différents groupes sociaux (quotas)
  - même répartition dans les deux collèges

- Parents sont invités à classer les collèges par ordre de **préférence**

- **Critères de priorité** :
  1. handicap
  2. rapprochement de fratrie
  3. distance relative domicile-collège

- **Algorithme d'affectation** : acceptation différée ▸ Exemple

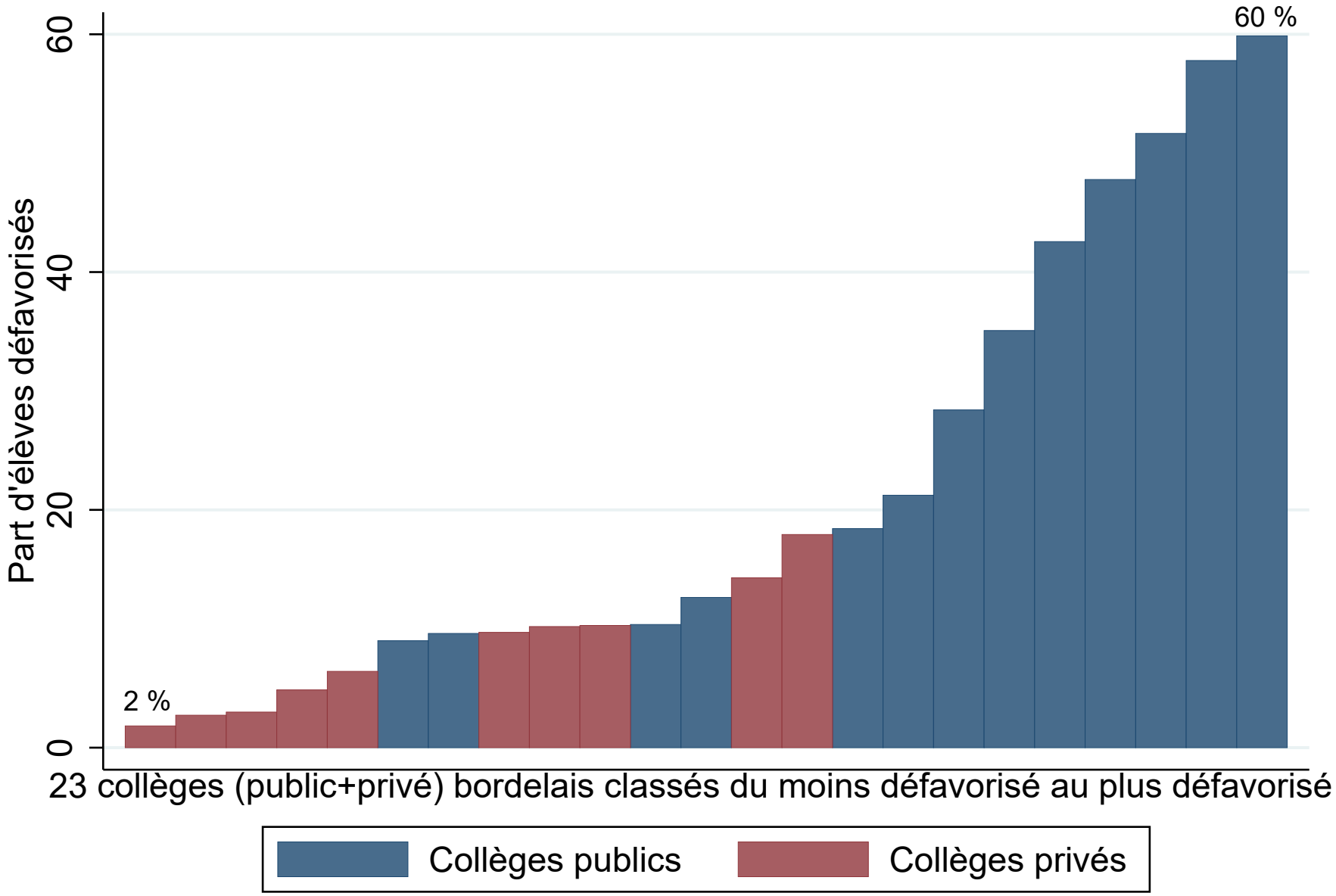
Secteurs multi-collèges à Paris : bilan provisoire

- **Bilan de la rentrée 2017-2018**
  - très encourageant dans les secteurs Berlioz-Coysevox (18e) et Bergson-Pailleron (19e)
    - mixité sociale en forte progression
    - baisse sensible de l'évitement vers le privé (-20 à -30%)
  - plus décevant dans le secteur Curie-Philipe (18e) : regroupement de deux collèges très évités

- **Perspectives** : projet de bonus dans Affelnet post-3e pour les élèves scolarisés dans les secteur multi-collèges

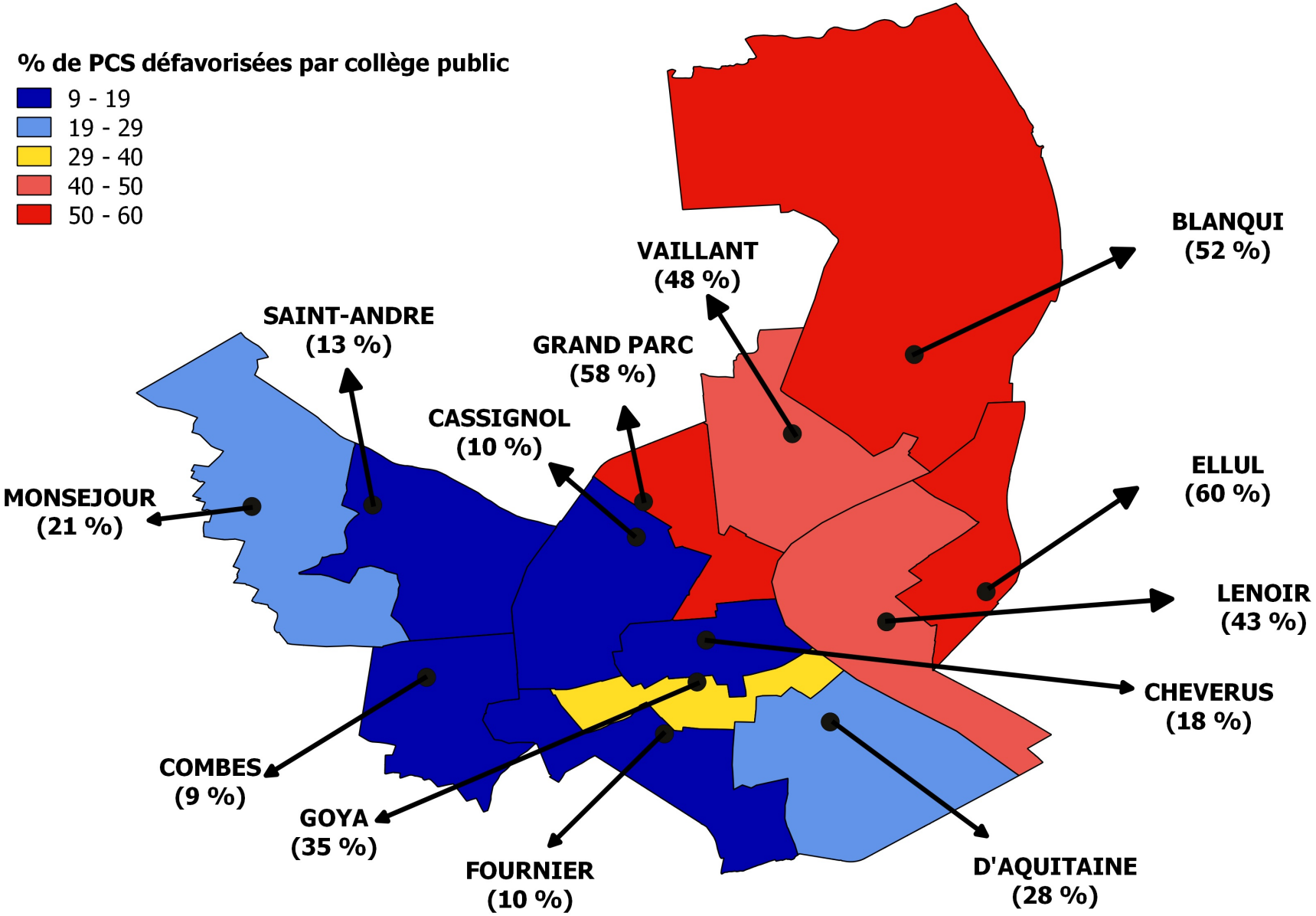
- Un modèle applicable ailleurs en France ?

Part des élèves de PCS défavorisées par collège à Bordeaux



Source : MENESR-DEPP, Système Scolarité, 2017-2018.

Collèges publics de Bordeaux



Source : MENESR-DEPP, Système Scolarité, 2017-2018.

Plan de la présentation

1. Les algorithmes d'appariement : aspects théoriques
2. AFFELNET et le choix scolaire régulé au lycée
3. Au collège : l'expérimentation des secteurs multi-collèges
4. APB/Parcoursup et la régulation des inscriptions post-bac

Admission Post-Bac

- De 2009 à 2017, la procédure de préinscription dans l'enseignement supérieur a été gérée par la plateforme **Admission Post-bac**
- Environ 700,000 candidats chaque année
- Quasi-totalité des formations de l'enseignement supérieur :
  - filières non-sélectives (licences)
    $\sim$ 45% des étudiants de 1ère année
  - filières sélectives (CPGE, BTS, IUT, grandes écoles, etc.)
    $\sim$ 55% des étudiants de 1ère année
- **Calendrier :**
  - phase d'inscription (janvier-mai)
  - phases d'admission (juin-juillet)
  - procédure complémentaire (été)

Admission Post-Bac : algorithme

- **Vœux** : 12 maximum par type de formation (licence, BTS, CPGE...), dans la limite de 24 vœux au total
- **Priorités** :
  - Filières sélectives : classement opéré par les formations
  - Filières non-selectives (licences) : critères hiérarchisés
    1. candidats de l'académie $>$ hors académie
    2. rang relatif du vœu (= parmi formations de même type)
    3. rang absolu du vœu (= parmi tous les vœux)
    4. nombre aléatoire (tirage au sort)
- **Algorithme** : acceptation différée (version "formation-proposant")

Admission Post-Bac : failles

- **Défauts majeur :**
  - opacité des critères de classement des candidats en licence (tirage au sort pas admis officiellement avant 2016)
  - prise en compte du rang du vœu comme critère de priorité pour les licences "en tension" (droit, PACES, psycho, STAPS)
- **Conséquences** :
  - APB perçu comme une "boîte noire" prononçant des décisions arbitraires
  - algorithme manipulable qui pénalisait les candidats "sincères" et avantageait les candidats "stratégiques"
- Défaillances qui pointaient en creux une **incohérence logique** : principe de non-sélection mais licences à capacité limitée

Admission Post-Bac : exemple

- **Préférences réelles de 3 candidats :**

Léa (Toulouse)	Théo (Poitiers)	Antoine (Bordeaux)
1. L1 Psycho (Bordeaux)	1. CPGE [refusé]	1. L1 Psycho (Bordeaux)
2. L1 Droit (Bordeaux)	2. L1 Droit (Bordeaux)	

- **Capacités d'accueil :** 1 place en Psycho, 1 place en Droit
- Si Léa classe sincèrement ses vœux, elle n'en obtient aucun :
  - classée après Antoine pour Psycho (critère académie)
  - classée après Théo pour Droit (critère rang relatif du vœu)
- Léa a intérêt à être stratégique en classant la L1 Droit en 1er vœu : elle passe alors devant Théo (critère de rang absolu du vœu) et sera admise sur ce vœu

Parcoursup

- **Changements majeurs** par rapport à APB :
  - formation non-sélectives autorisées classer les candidats
  - vœux non-hiérarchisés et limités à dix
  - même algorithme qu'APB mais propositions "au fil de l'eau"
  - quotas en faveur des boursiers dans toutes les formations
- **Avantages** du nouveau système :
  - fin du tirage au sort (remplacé par des "prérequis")
  - moins "boîte noire" qu'APB pour les étudiants
  - prise en compte de critères sociaux dans l'affectation
- **Incertitudes et risques** :
  - comment sera vécu le système des propositions au fil de l'eau ?
  - quelle transparence des critères de classement des candidats ?
  - quelles solutions pour les candidats sans affectation ?

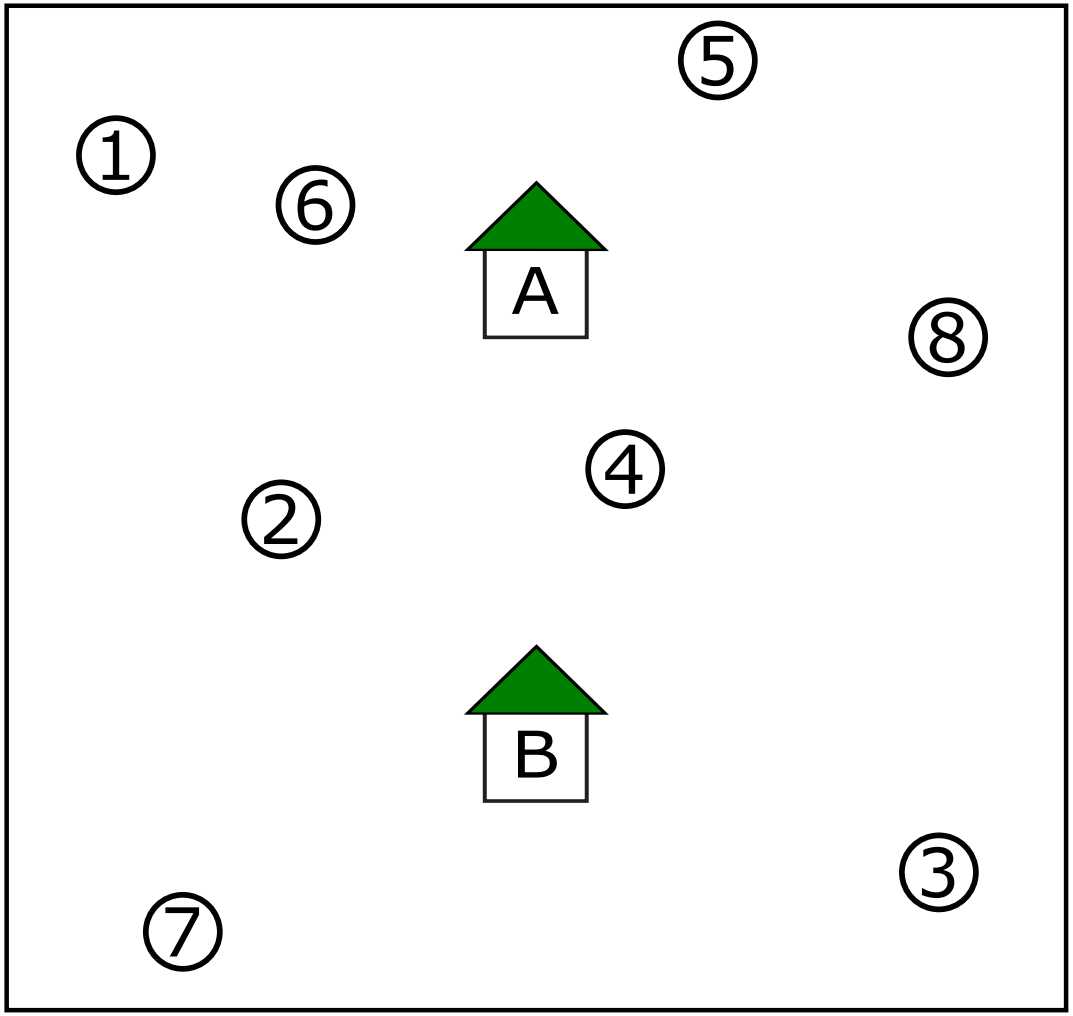
Conclusion

- Les algorithmes d'affectation des élèves peuvent être des **outils puissants** de régulation des choix scolaire :
  - règles de priorité transparentes
  - incitations à la révélation sincère des préférences
  - mise en œuvre d'objectifs de politique éducative

- **Ne pas se tromper de polémique** : les vrais obstacles à la mise en œuvre de procédures d'affectation efficaces et équitables sont plutôt
  - la complexité et l'opacité des procédures
  - le défaut d'information
  - l'absence de débat de fond sur les critères de priorité

Merci de votre attention

Secteur multi-collèges

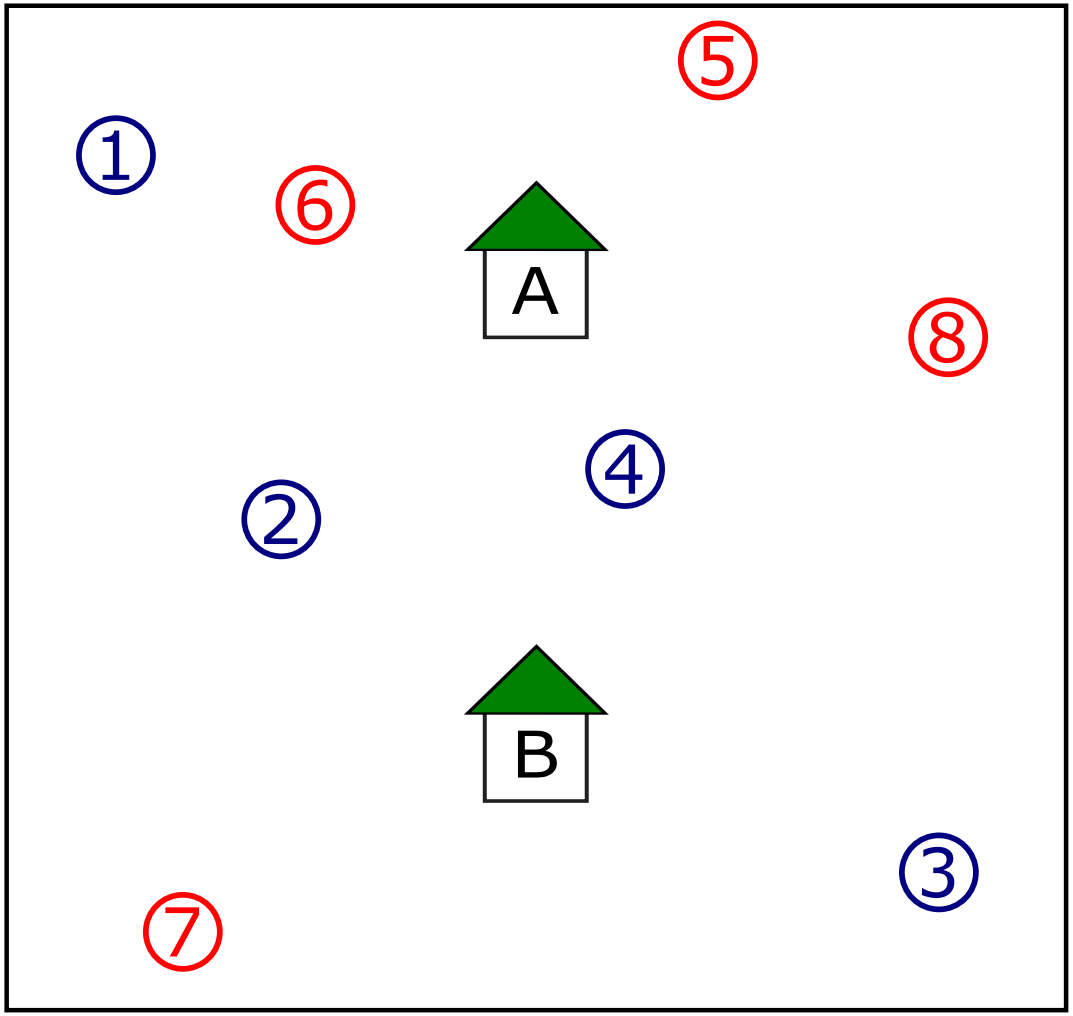


2 collèges

8 élèves

retour

Secteur multi-collèges

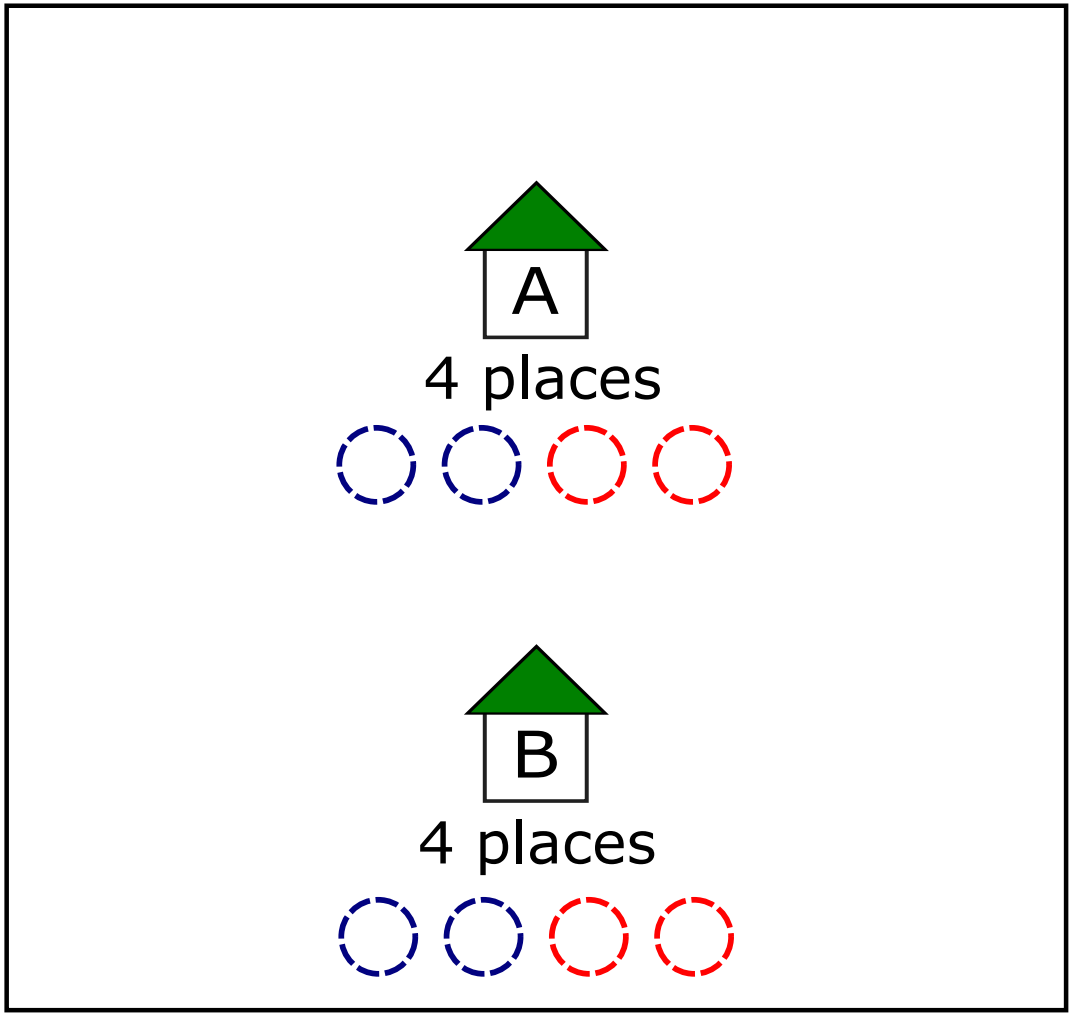


4 élèves de groupe social 1 (favorisés)

4 élèves de groupe social 2 (défavorisés)

retour

Secteur multi-collèges



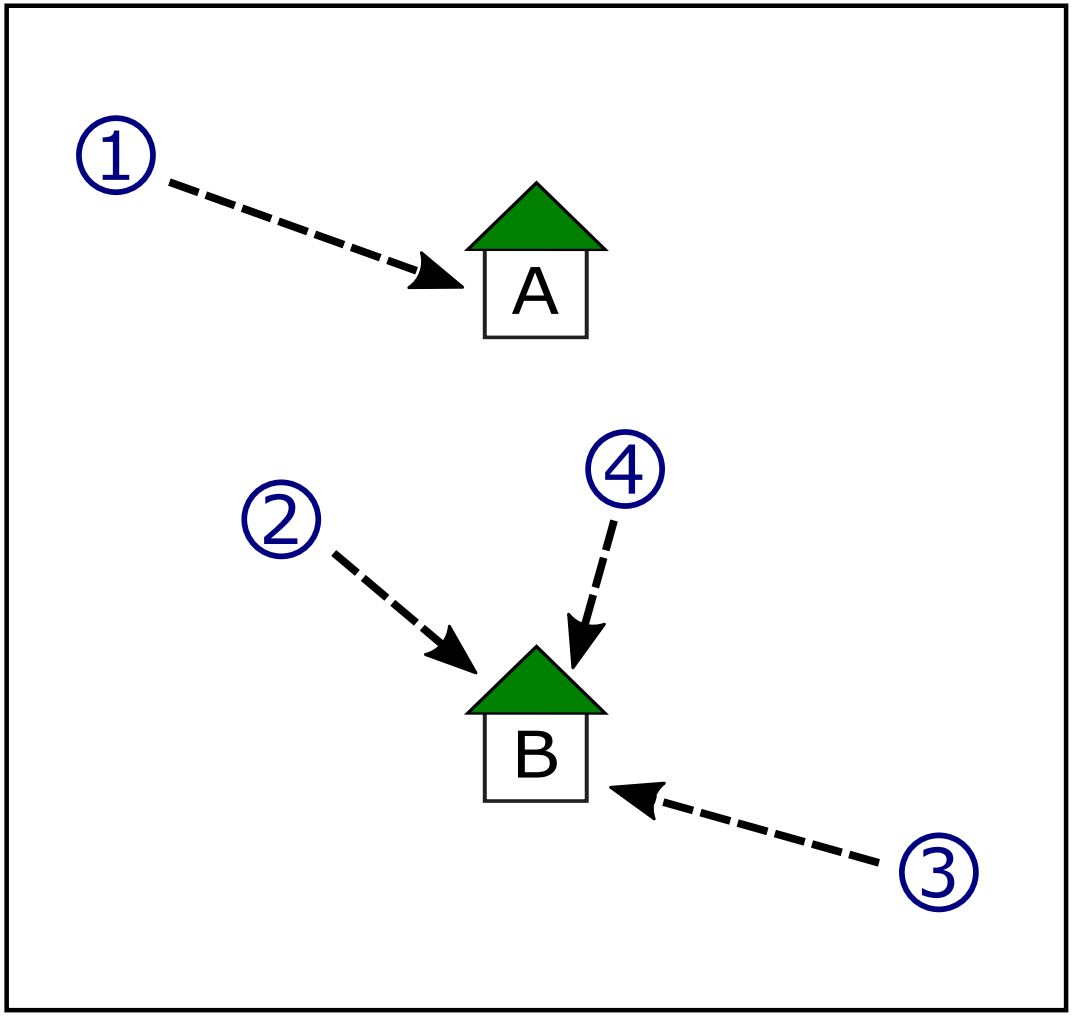
Chaque collège dispose de 4 places:

2 places pour les élèves du groupe social 1

2 places pour les élèves du groupe social 2

retour

1er voeu des élèves du groupe 1

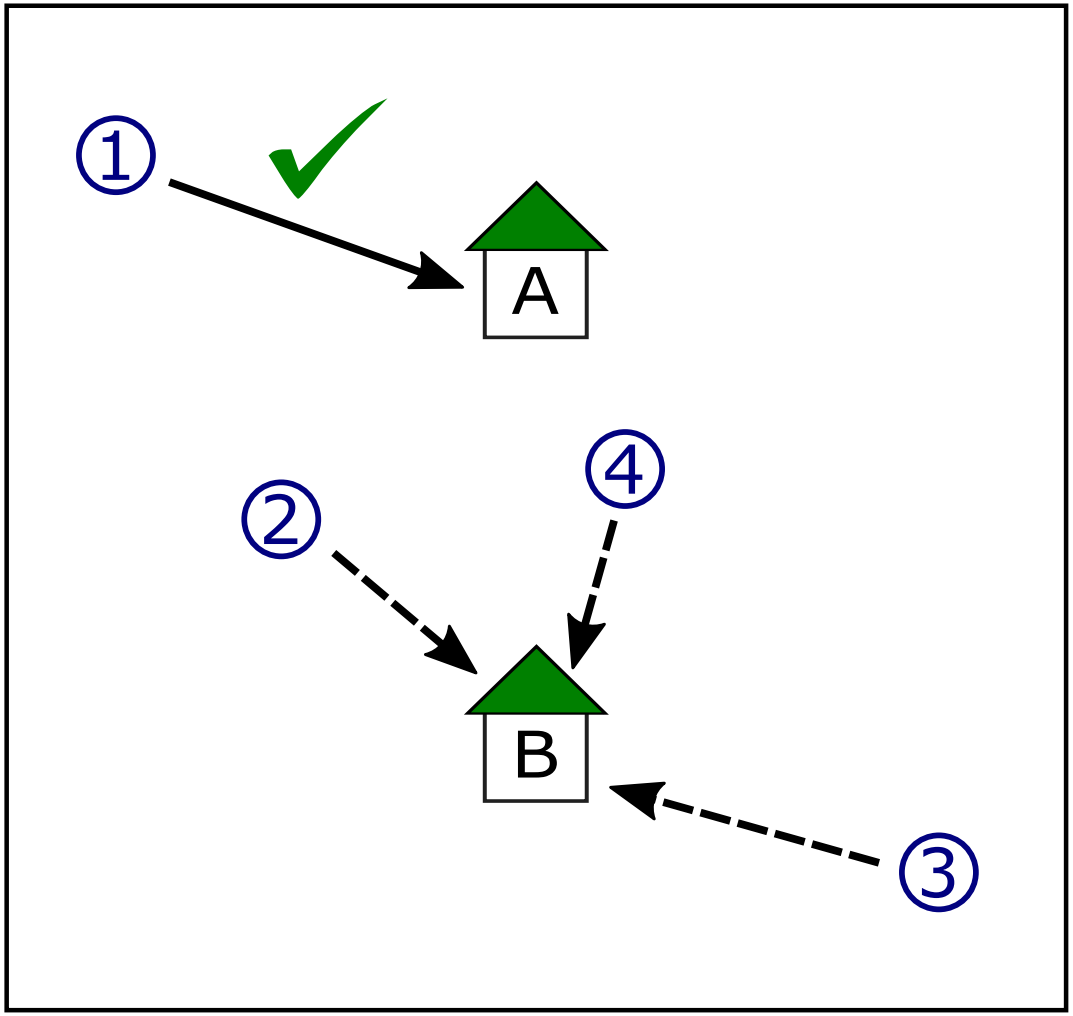


On considère d'abord les 4 élèves du groupe 1

Le 1er voeu de chaque élève est symbolisé par une flèche

retour

1er voeu des élèves du groupe 1

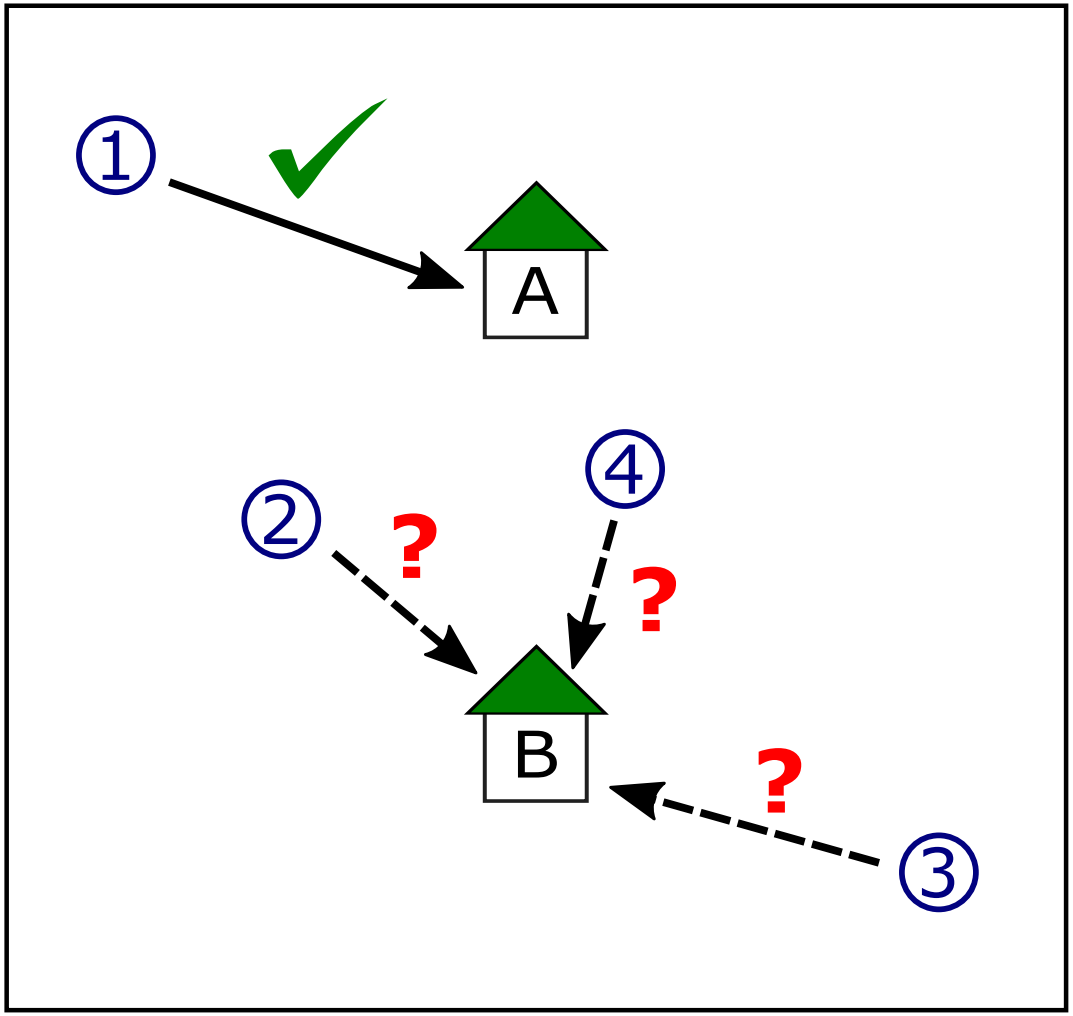


Le collège A peut accueillir l'élève 1

(2 places pour 1 demande)

retour

1er voeu des élèves du groupe 1

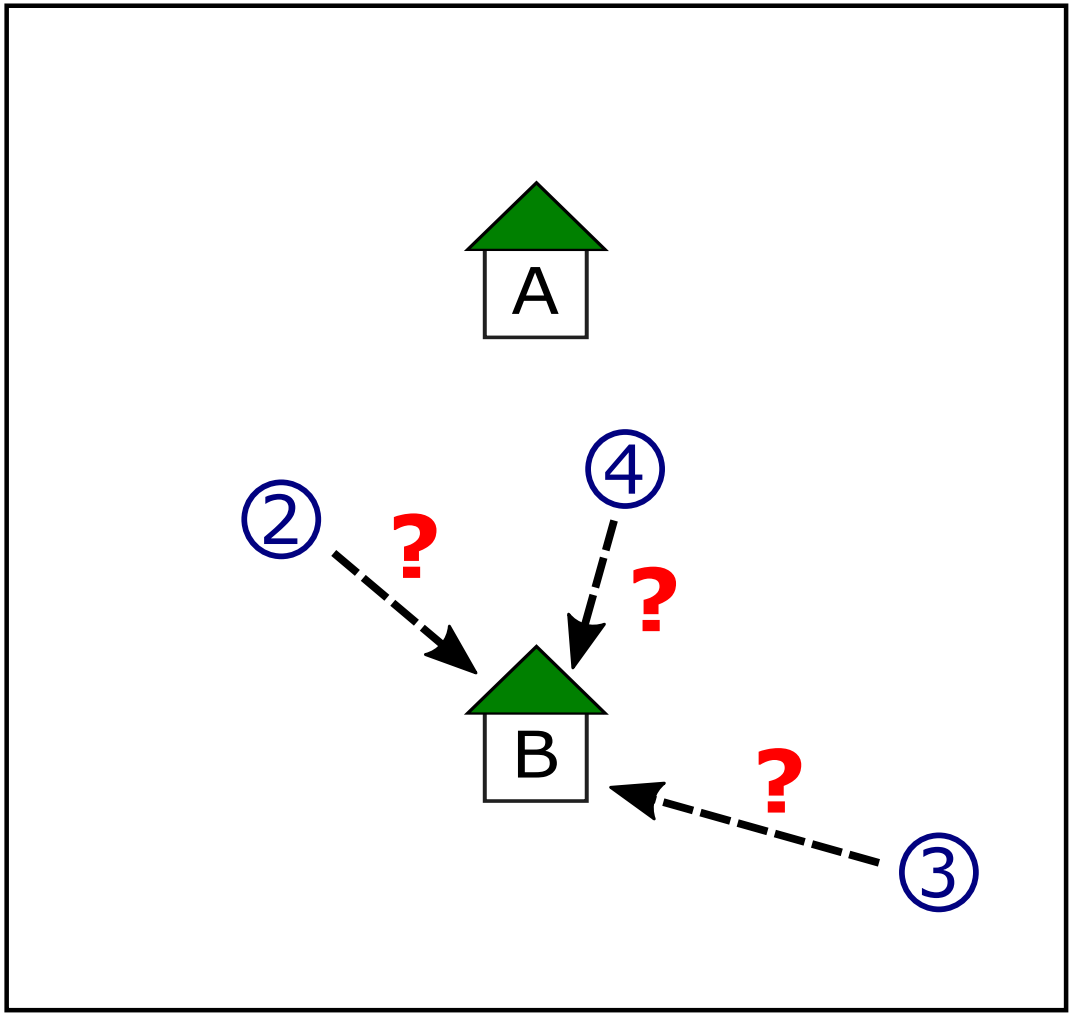


Le collège B ne peut accueillir simultanément les élèves 2, 3 et 4

(2 places pour 3 demandes)

retour

1er voeu des élèves du groupe 1

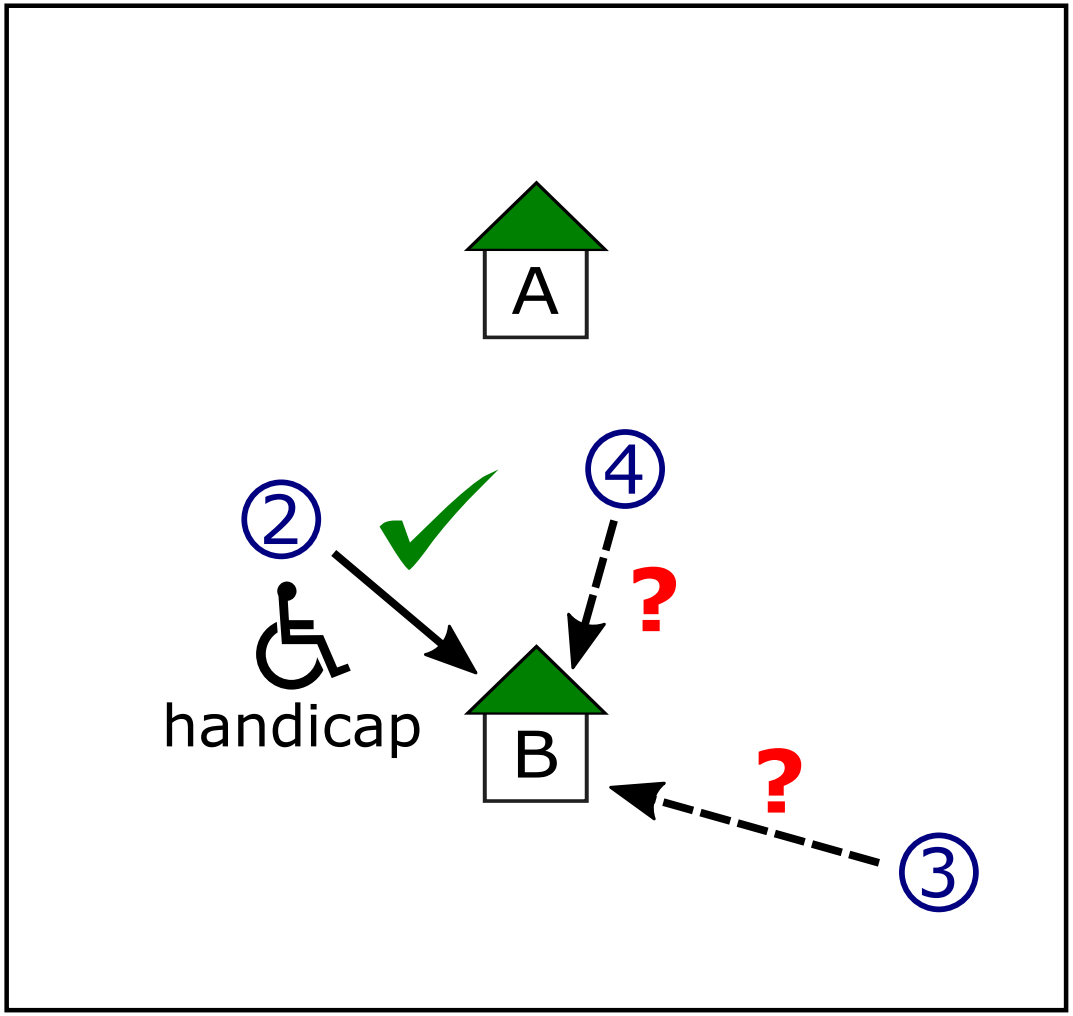


Application des critères de priorité:

1. handicap
2. fratrie
3. distance

retour

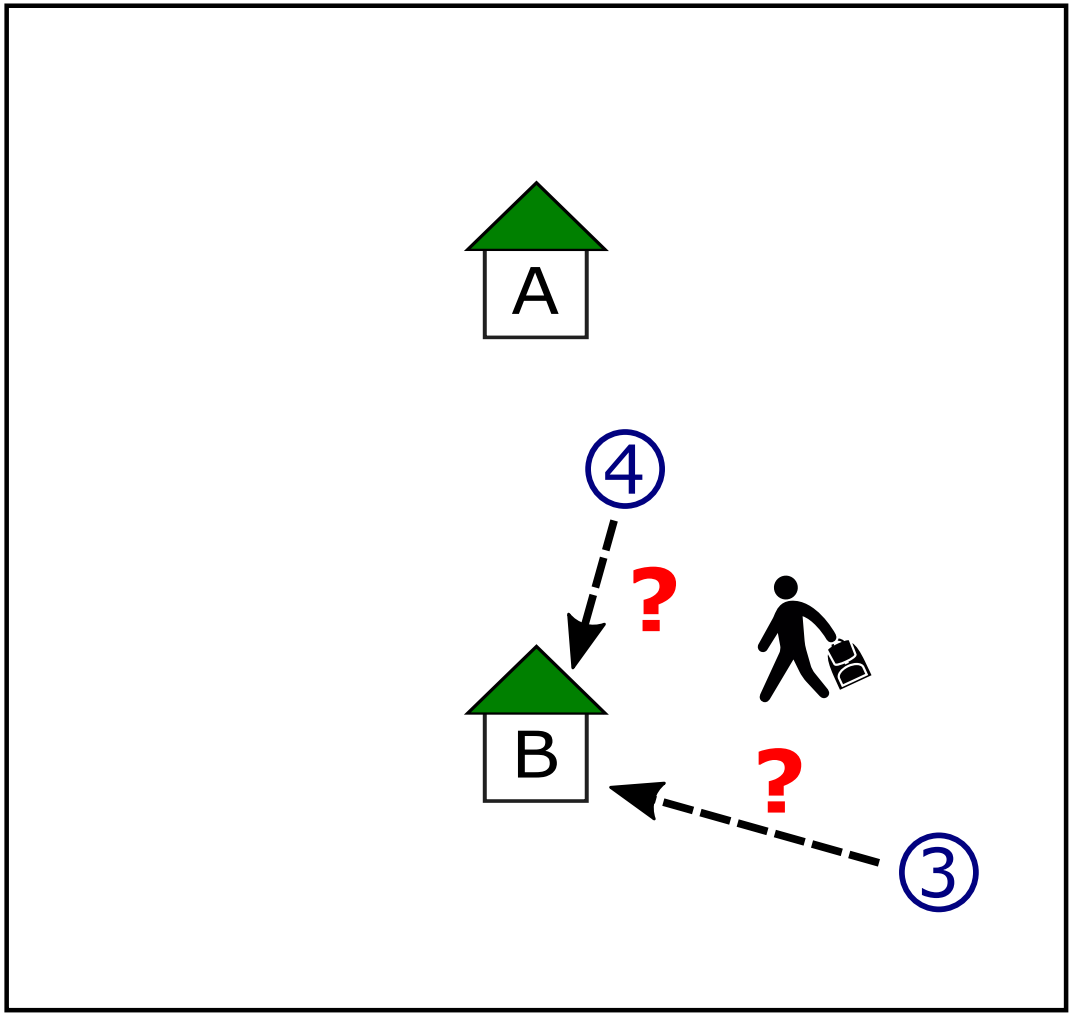
1er voeu des élèves du groupe 1



L'élève 2 est prioritaire pour le collège B (handicap)

retour

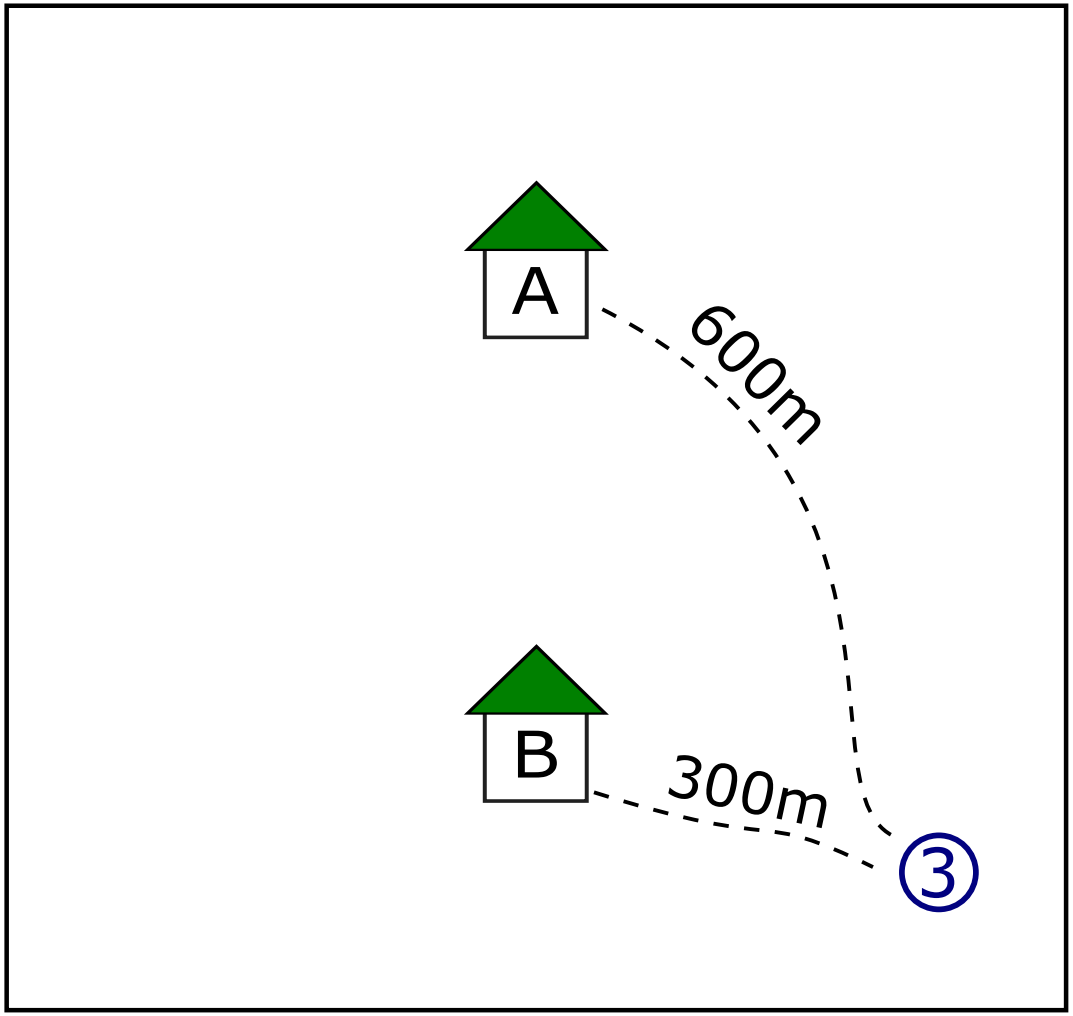
1er voeu des élèves du groupe 1



Le critère de distance relative est utilisé pour départager les élèves 3 et 4

retour

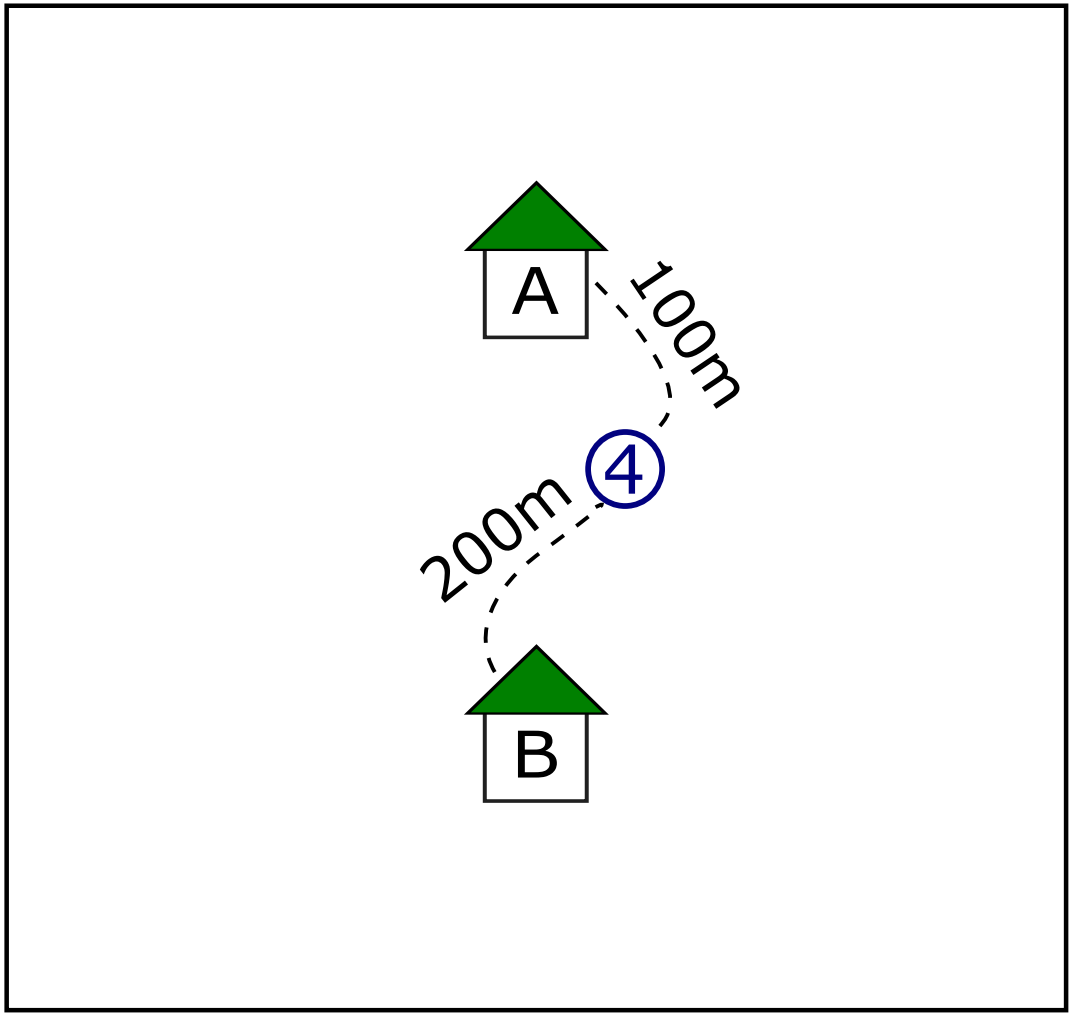
1er voeu des élèves du groupe 1



L'élève 3 vit 300m plus près du collège B que du collège A

retour

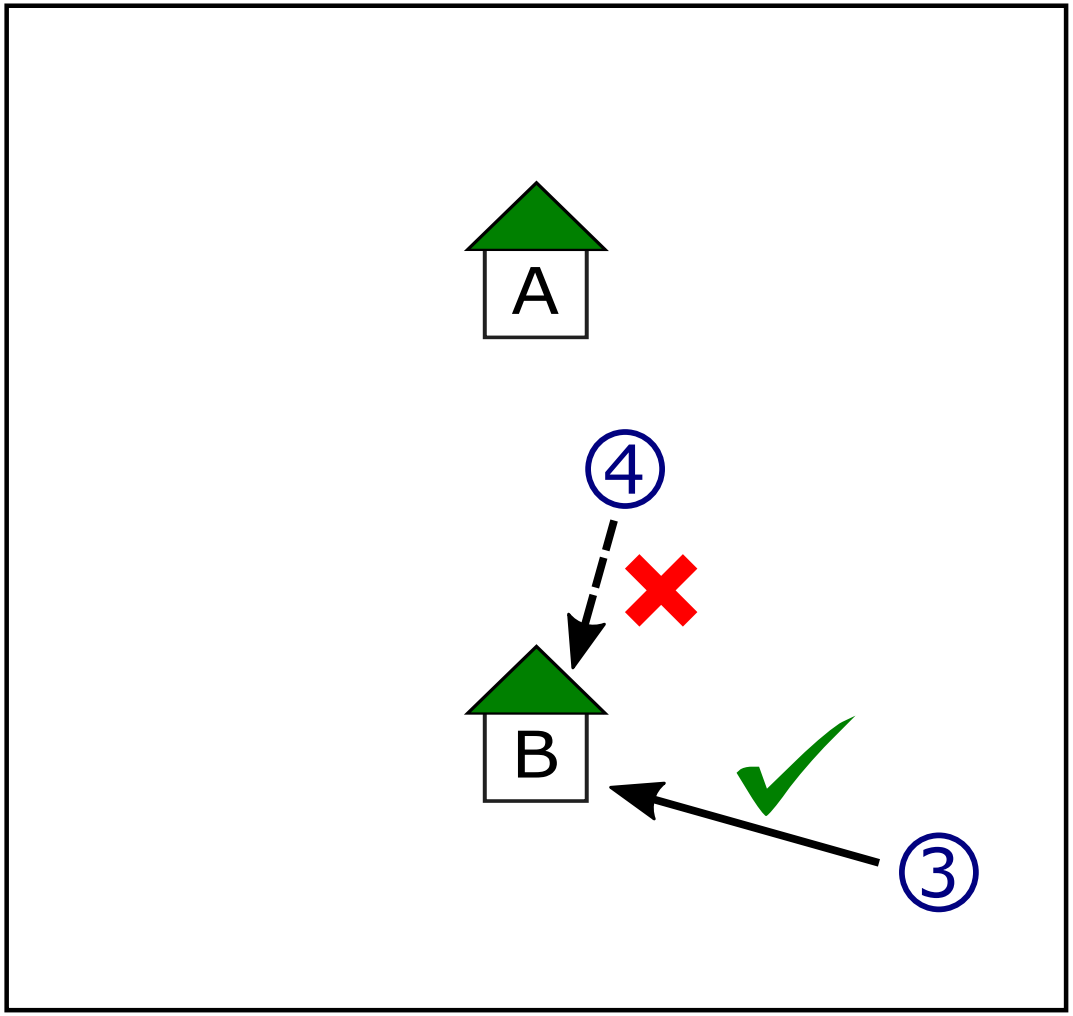
1er voeu des élèves du groupe 1



L'élève 4 vit
100m plus loin
du collège B que
du collège A

retour

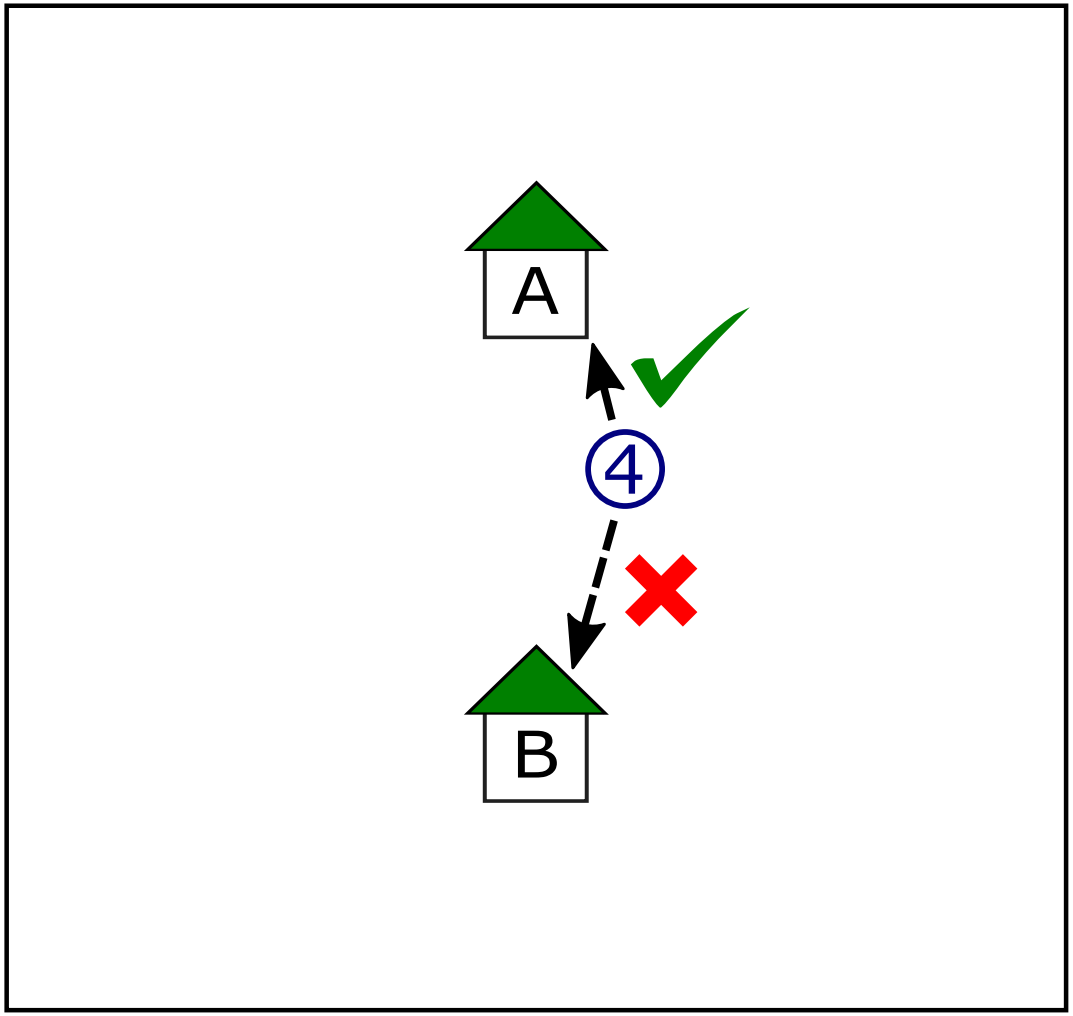
1er voeu des élèves du groupe 1



Le critère de distance relative donne priorité à l'élève 3 pour le collège B

retour

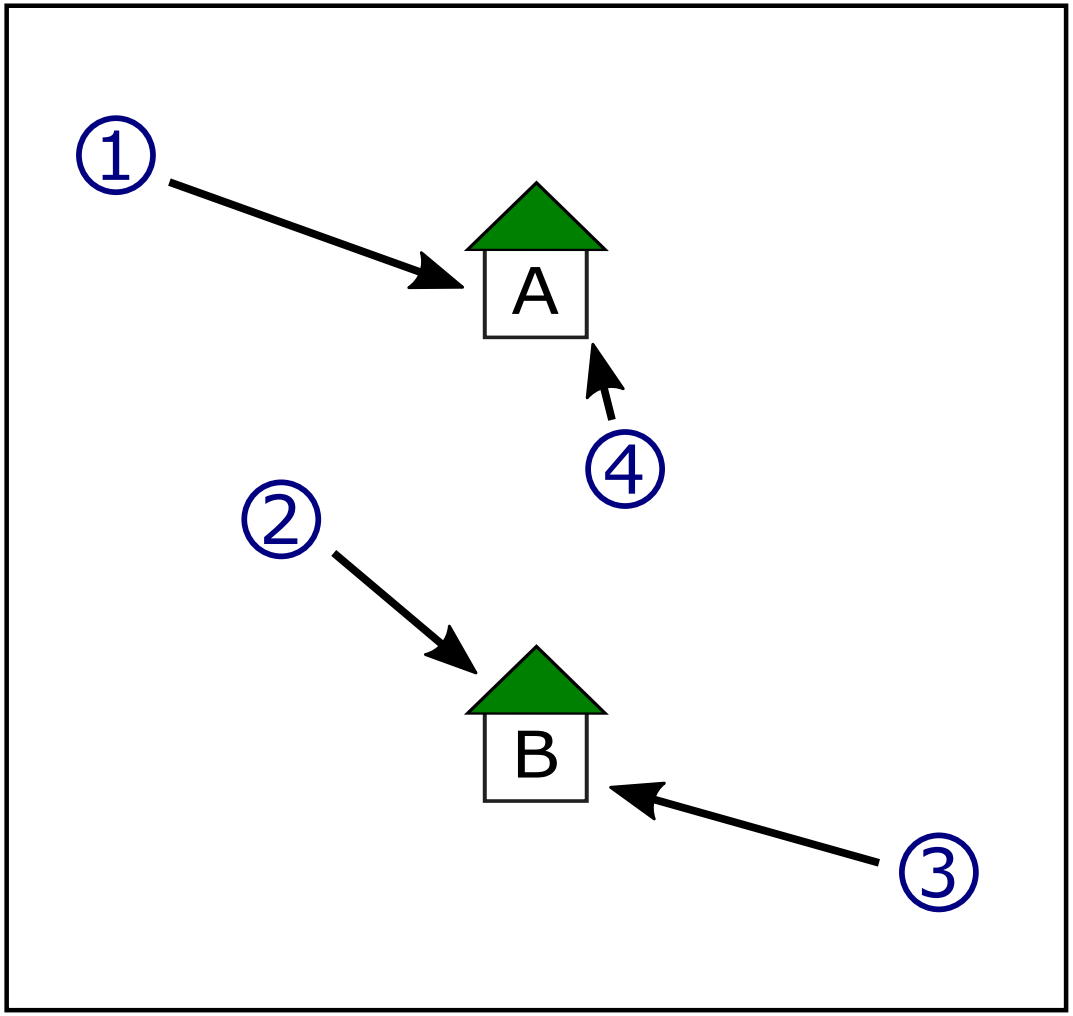
1er voeu des élèves du groupe 1



L'élève 4 est affecté sur son 2e voeu

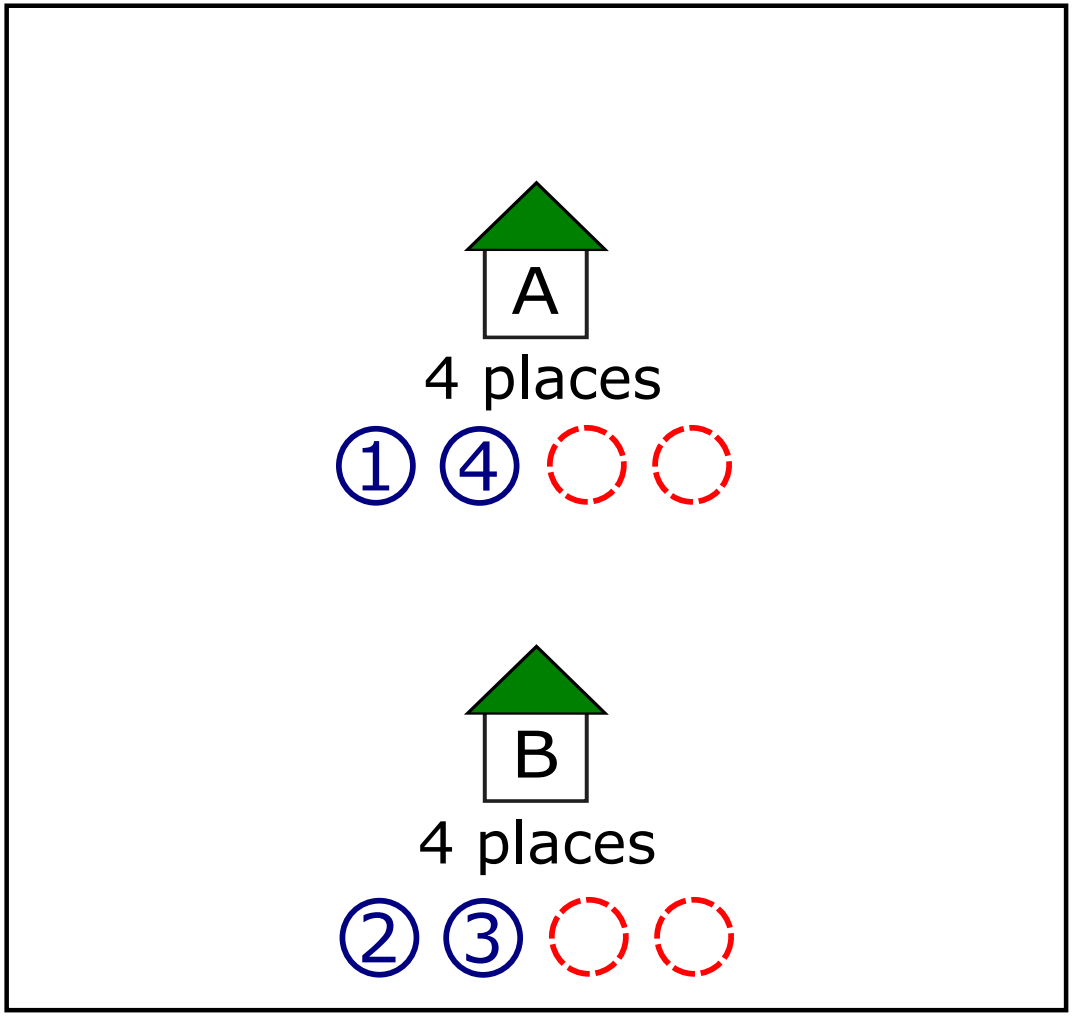
retour

Affectation des élèves du groupe 1



retour

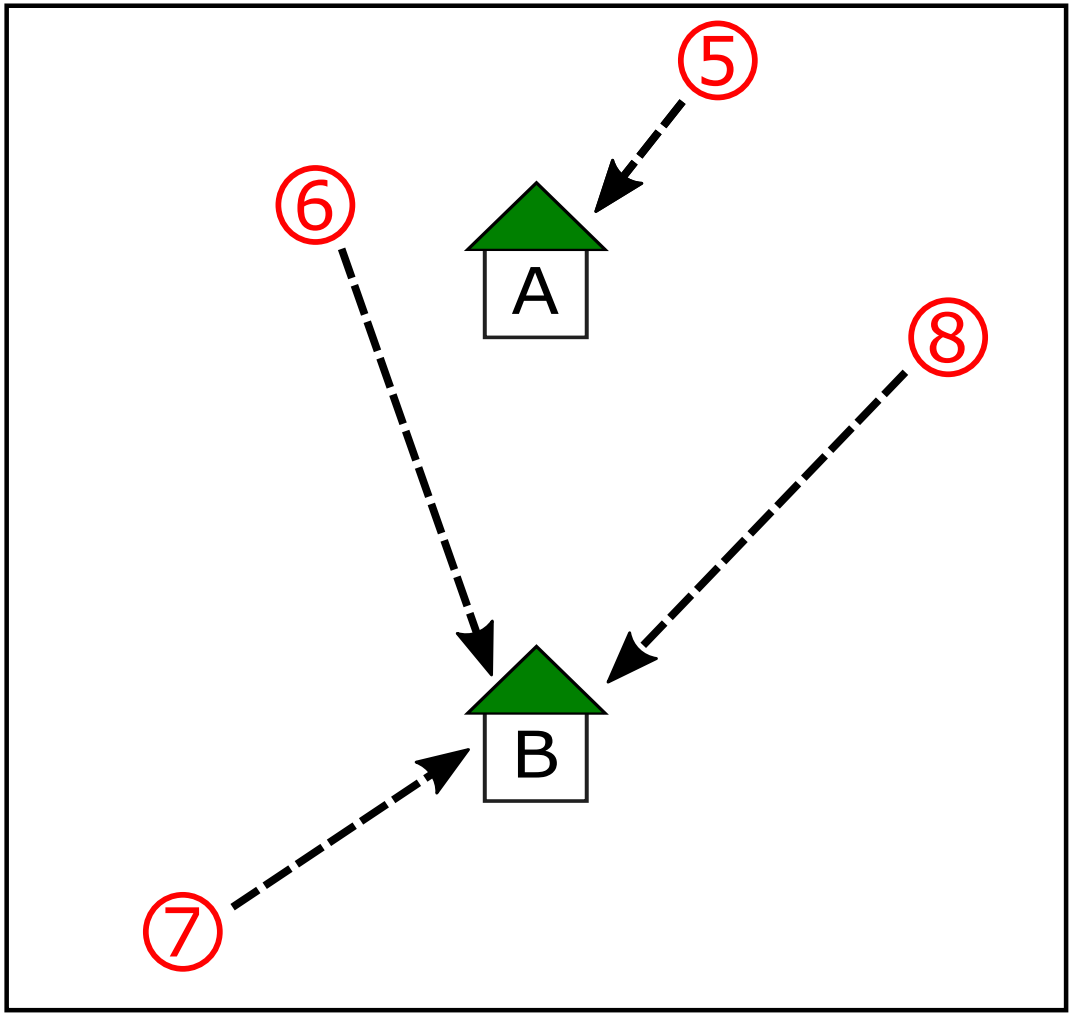
Affectation des élèves du groupe 1



Les places réservées aux élèves du groupe 1 sont pourvues

retour

1er voeu des élèves du groupe 2

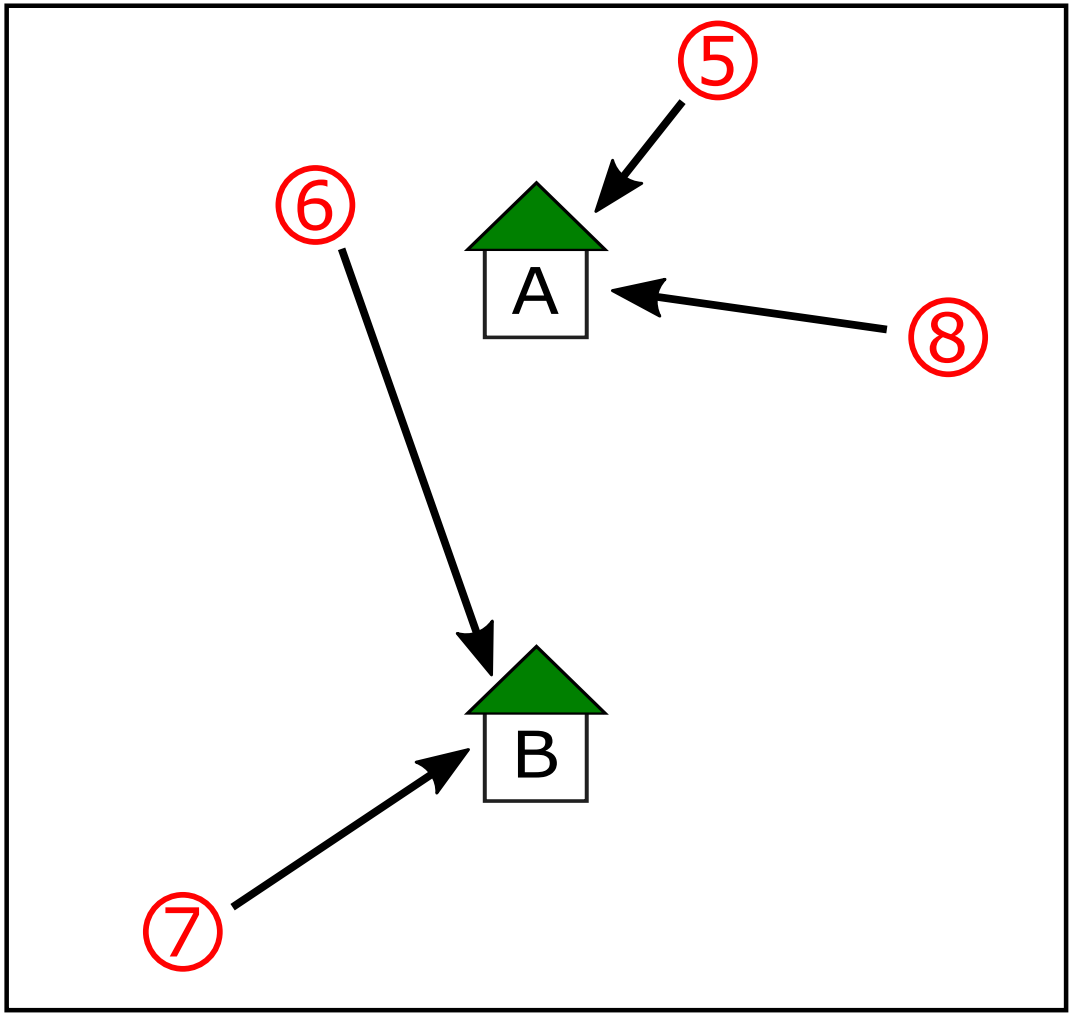


On considère ensuite les 4 élèves du groupe 2

Le 1er voeu de chaque élève est symbolisé par une flèche

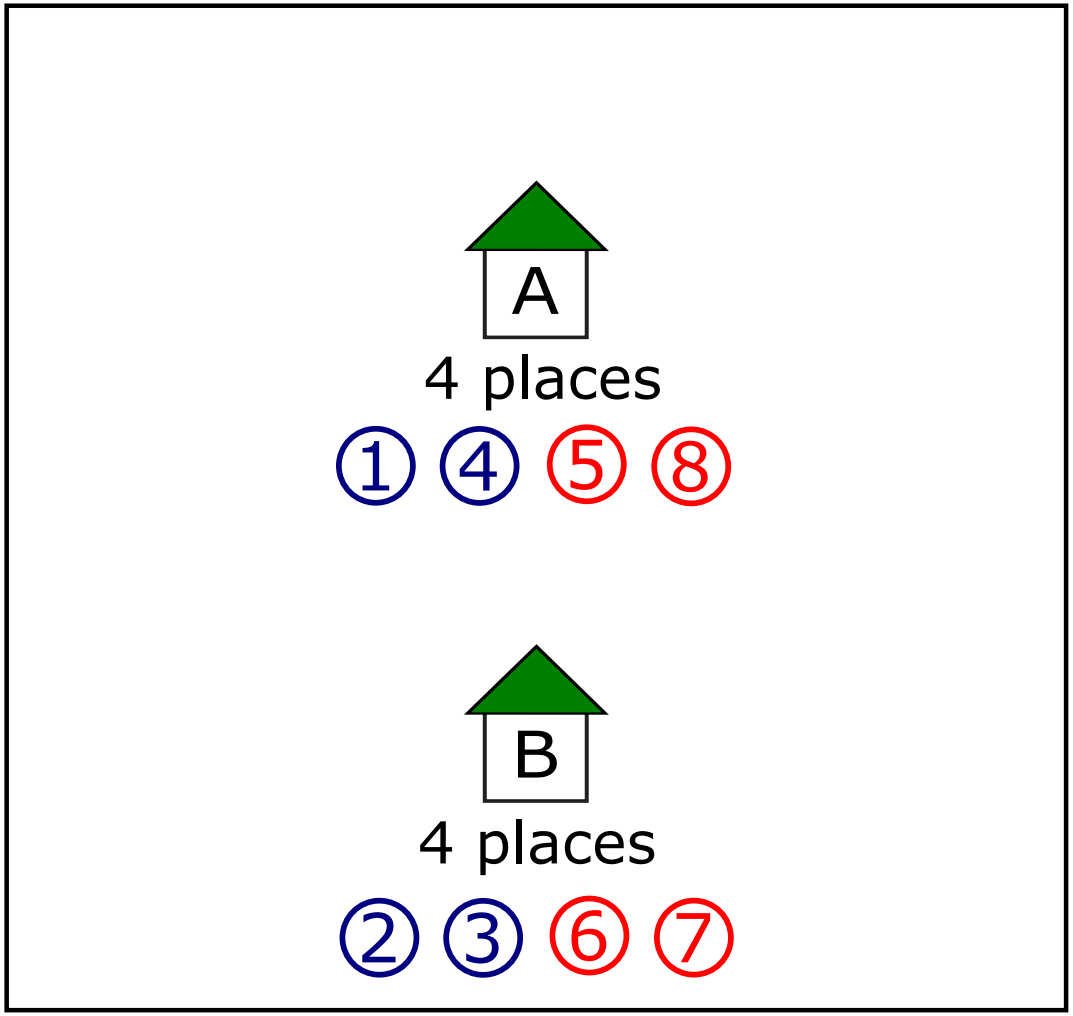
retour

Affectation des élèves du groupe 2



retour

Affectation finale



retour